

Děti jsou přirozeně zvědavé, rády tvoří a objevují svět. Přesně to naplňuje i matematika prof. Hejného. Děti nejsou příjemci hotových poznatků, algoritmů, vzorců či pouček, ale samy aktivně zkoumají, a postupně tak poznávají celý svět matematiky.

Lenka Syrová
učitelka matematiky na Masarykově ZŠ a MŠ v Českém Těšíně



Díky metodě mám k matematice velmi kladný vztah a v podstatě se ji živím doteď. Později jsem neměl problémy s předměty založenými na matematice, ale naopak s těmi, kde bylo třeba tvrdě memorovat údaje bez jakýchkoliv logických vztahů.

Peter Palušák
bývalý žák ZŠ Hočimínova (Haanova)
v Bratislavě, nyní softwarový inženýr

Hejného metoda

Naučte se matematiku bez biflování a strachu

Možná jste odmaturovali z matematiky na výbornou a třeba vás žádný příklad nezaskočí. Jestli však chcete navštívit svět matematiky podle profesora Hejného, nechte své poučky za dveřmi. Násobilka, vzorce a číslíčky tu nejsou tak důležité, navrch má radost z poznávání. A vládnu tu vaše děti.

V zdát se dobrovolně autority a jako host opatrně vstoupit do hájemství dětí bývá pro rodiče těžké rozhodnutí. O kolik těžší to asi je pro učitele?

A přesto to v matematice funguje, dokonce lépe, než byste se kdy odvážili představit. Stačí si vyslechnout vyprávění sestry Hedviky, učitelky matematiky na brněnské Cyrilometodějské základní škole.

Charakterizovat ji jako excelentní počtářku by bylo troufalé, přesto její žáci ovládají matematiku skvěle. A co víc, baví je a jsou ochotni řešit si příklady jen tak o prázdninách, o přestávkách, ve volných chvílích, po škole.

To proto, že je sestra Hedvika učí hravě a radostně, jak doporučuje profesor Milan Hejný, jehož metodu využívá. „Hodiny jsou naplněny intenzivní prací dětí, postupným budováním jejich matematických dovedností, poznáváním a chápáním zákonitostí a především velkou radostí z nově objeveného,“ líčí řádová sestra, která školáky vlastně neučí.

Ona je spíš jen jako trpělivá průvodkyně uvádí do jednotlivých zákoutí matematiky, v nichž děti samy poznávají a učí se vztahy, principy a postupy. Že u toho chybují? A co má být! A že občas pochybí i učitelka? Klidně, vždyť jak poučné je pro její žáky, když spolu omyl objeví a napraví.

Poučky otravují, chyby inspirují

Možná vás taková představa pedagoga vyděsila – žádné poučky, žádná připravená schémata řešení a chybování je téměř vítáno.

Pak se tedy nechte uklidnit slovy profesora Hejného: „Představte si, že bychom učili batole chodit tak, že bychom mu to předváděli a zároveň mu zakázali padat. Ale když je dítěti sedm let, ukazujeme mu, jak se počítá, a káráme ho, když počítá chybně.“

Dítěti matematiku zaručeně otrávíme, když ho budeme zahlcovat pojmy, poučkami a definicemi. „Rozvoj dítěte naopak urychlíme, když mu dáme úlohy, čas a povzbuzujeme ho,“ vysvětluje rodičům profesor, který dává před drillováním přednost intuitivnímu vnímání matematiky.

Schopnost spočítat příklady je jen malou částí toho, co jsem se na hodinách matematiky naučil. Hejného metoda podporuje aktivitu, samostatné hledání podstaty věci a logických vztahů.

Boris Ballo

bývalý žák Základní školy Košická v Bratislavě, absolvent Stavební fakulty Slovenské vysoké školy technické



Hejného metoda vede děti k tomu, že samy postupně objevují zákonitosti matematiky, a to hravou formou. Malé děti nesmírně motivuje, když ve 2. třídě probírají něco, nad čím jejich rodiče udiveně kroutí hlavou. V tu chvíli je důležité nepropadnout panice a nesnažit se dítěti začít vnucovat „tradiční“ metody výuky.

Jakub Šebek

otec čtyř dětí, které se učí nebo učily matematiku podle prof. Hejného



Pokud o metodě, podle níž se učí přibližně na osmi stovkách českých škol, dál pochybujete, dopřejte sluchu rodičům, jejichž děti prošly či procházejí výukou podle Hejného. Jako je tomu v rodině Jakuba Šebka z Brna.

Všichni jeho čtyři potomci mají s Hejného matematikou osobní zkušenosti. „Jsem přesvědčen, že děti tento způsob mnohem víc baví a také si toho víc zapamatují. Možná nepostupují zpočátku tak rychle, ale v určité chvíli se jim poznatky začnou samy spojovat do logických celků, takže po pěti letech prvního stupně mají v matematice

rozhodně pohodlnější, když do dětí „vtlučou“ počty, vzorce a pravidla, které pak při pětiminutových vyzkoušcích.

Kdo (se) chce učit metodou profesora Hejného, musí být srozuměn s dětskou imaginací a kreativitou. Jedno povolené schéma řešení tu neexistuje.

„Metoda není tak náročná na přípravu učitele, jako spíš na vlastní průběh hodin a hodnocení práce dětí. Učitel se setkává s různými způsoby řešení, což ho nutí o žákově práci přemýšlet,“ odpovídají tvůrci metodických příruček na opakující se dotazy pedagogů.

Co platí pro učitele, platí i pro rodiče. Buďte tedy připraveni, že to možná bude zdoluhavé učení, někdy až moc, zato výsledky budou trvalé.

„Rodiče musí dětem věřit, dítě totiž potřebuje cítit bezpečí a zájem, hledá oporu a dobrou atmosféru,“ objasňuje Tomáš Rychecký, ředitel obecně prospěšné společnosti H-mat, která se věnuje rozvoji Hejného metody.

Vaše děti nejsou kalkulačky

Když už se s dětmi vydáte na cestu profesora Hejného, nesrovnávejte výkony svých potomků s těmi od sousedů. „Tradičně vedení žáci znají naučené postupy a bývají rychlejší v kalkulacích, naši žáci lépe rozumí pojmům, vztahům, situacím,“ vysvětluje rozdíly Rychecký.

Jednoduše řečeno, není umění sčítat nebo násobit, to zvládne každá kalkulačka, ale dokázat vyřešit problém. „Hlavní rozdíl je ve vztahu k matematice, ve schopnosti používat metodu pokusu a omylu, analyzovat situaci, komunikovat či formulovat myšlenky a také ve schopnosti spolupracovat,“ doplňuje výhody Rychecký.

Takže – zkusíte to doma taky?

MAGDALENA NOVÁ
REDAKTORKA TESTU DNES

Prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.

Matematik, odborník na didaktiku matematiky a profesor Pedagogické fakulty Univerzity Karlovy v Praze rozpracoval metodu výuky matematiky, s níž začal už jeho otec. Ta staví na dětské tvořivosti a přirozené touze poznávat – učitel nechává žáky objevovat a samostatně hledat řešení. Metoda se nyní používá ve více než 800 základních školách.

Podrobnosti o Hejného metodě najdete na www.h-mat.cz.



větší přehled a jasno,“ je přesvědčen Jakub Šebek.

Aby svoje slova co nejlépe ilustroval, přidává jeden zážitek. Zní až neuvěřitelně. „Když si děti ve třetí třídě mohly samy zvolit, který předmět chtějí místo nečekaně odpadlé hodiny angličtiny, vybraly si matematiku, přestože v nabídce byl i tělocvik nebo výtvarná výchova,“ vypráví. Skoro sci-fi, že?

Jedno povolené řešení neexistuje

Jenže takové nadšení pro počty se nerodí samo, a už vůbec ne jednoduše. Pro učitele i rodiče je

Knihy

Z čeho (se) učit

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J.

Matematika 1/1 a 1/2



Dva díly pracovní učebnice obsahují na spodní listě pokyny pro učitele či rodiče, které vysvětlují detaily cvičení.

Nakladatelství Fraus, cena od 99 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J.

Matematika 1: pracovní karty



Pracovní karty obsahují doplňující materiál k učebnicím matematiky pro 1. ročník. Na 96 kartách je 190 stran úloh.

Nakladatelství Fraus, cena od 138 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J.

Matematika 2/1 až 2/3



Pracovní učebnice pro druhý ročník základní školy je rozdělena na tři díly. První díl obsahuje sadu příloh pro všechny tři pracovní učebnice.

Nakl. Fraus, cena od 65 Kč

MICHNOVÁ J.

Zábavná matematika



Doplňek pro 2. ročník ZŠ obsahuje 62 stran s úlohami na 31 kartách. Úkoly jsou podávány tak, aby dítě nepotřebovalo pomoc dospělého.

Nakl. Fraus, cena od 59 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ J., MICHNOVÁ J.

Matematika 3 (učebnice, pracovní sešity)



Pro třetí ročník byla zvolena jedna učebnice a 2 pracovní sešity.

Nakl. Fraus, cena učebnice od 107 Kč, pracovní sešity od 44 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., BOMEROVÁ E.

Matematika 4 (učebnice, pracovní sešity)



Učebnice se věnují rovnícím, násobení a dělení, zlomkům či dělitelnosti.

Nakl. Fraus, cena učebnice od 113 Kč, pracovní sešity od 46 Kč

HEJNÝ M., JIROTKOVÁ D., MICHNOVÁ J., BOMEROVÁ E.

Matematika 5 (učebnice, pracovní sešity)



Učebnice obsahuje také barevné rámečky – zelené s vysvětlujícími texty, červené s mezipředmětovými vztahy a modré s dalšími aktivitami.

Nakl. Fraus, cena učebnice od 108 Kč, pracovní sešity od 44 Kč

Přirozená, tvůrčí a hravá

V čem je jiná Hejného matematika

Trápili jste se při hodinách matematiky s množinami? Strašily vás pětiminutovky na začátku hodiny? To vše můžete zapomenout, v Hejného matematice budete s dětmi počítat kroky i cestující v autobusu, skládat origami nebo oblékat krychle. Ani u toho nepostřehnete, že se učíte aritmetiku či geometrii.

1 kuste se ve vzpomínkách vrátit do dětství, kdy vás ještě nemusely sužovat pojmy jako násobilka, úhlopříčky, slovní úlohy nebo převody jednotek.

A vzpomínáte si také, jak vás tehdy bavilo vystřihovat ozdobné dečky z papíru, skládat večerníčkovské čapky a parníky, hrát si se stavebnicí nebo hledat tužkou cestu z bludiště?

Aniž jste to tehdy tušili, poznávali jste základní principy matematiky: přirozené, intuitivní a hravé. Přesně tak, jak by byl profesor Milan Hejný rád, aby se učila matematika na základních i středních školách.

Proto tento vysokoškolský pedagog rozpracoval novou metodu výuky matematiky, s níž kdysi začal už jeho otec Vít Hejný. V čem je tak převratná?

1 Dítě vysvětluje, rodič poslouchá

Její základní princip praví, že vše objevují žáci sami. „Nechte si od své ratolesti vyložit, jak se co řeší. Projevte radost nad tím, když se chlubí, co všechno vyřeší a odhalí. Můžete s dítětem o úlohách rozmlouvat, nebo se i přit, ale musíte mít stále na paměti, že v této dvojici je dítě tím, kdo vysvětluje, a rodič tím, komu je vysvětlováno,“ zdůrazňuje v Příručce pro rodiče její

autorka Pavlína Málková, učitelka matematiky ze základní školy ve Žďirci nad Doubravou.

Tím, že vám bude školák vysvětlovat své matematické objevy, se sám učí. Navíc mu taková znalost natrvalo zůstane v paměti.

2 Rychlost nerozhoduje

I když jsou mnozí učitelé matematiky přesvědčení, že pro jejich předmět je nejdůležitější rychle a správně počítat, profesor Hejný tvrdí, že klíčové je naučit se myslet.

„Rychle a spolehlivě umí počítat každá kalkulačka, tuto schopnost na trhu práce vaše dítě v budoucnu neprodá. Co je a bude stále více žádáno, je schopnost řešit problémy a komunikovat. Metoda profesora Hejného učí obojí,“ upozorňuje Pavlína Málková.

3 Příklady nesmějí nudit ani děsit

Až se vám dostane do ruky učebnice či pracovní sešity Hejného matematiky, možná vás neobvyklé příklady zaskočí. Někteří rodiče se dokonce začnou obávat, že pro jejich děti je takhle metoda příliš náročná.

UKÁZKOVÉ PŘÍKLADY

Zadání: Hance je 10 let, má dva bratry: Ivana (8 let) a Vítu (5 let). Dědovi Adamovi je 67 let a dědovi Blažejovi 65 let. Jejím rodičům je dohromady tolik let jako dědovi Blažejovi. Obě Ivanovy babičky jsou stejně staré a za dva roky oslaví šedesátiny. Cecilie se vdávala jako zletlá. Když jí bylo 21, narodila se jí dcerka.



Zadání: V tělocvičně stálo 27 chlapců v řadě. Pak přiběhla děvčata tak, že se mezi každé dva chlapce postavilo jedno děvče. Ale na obou krajích stáli chlapci.



Hejného metoda v praxi

Ze Hejného metodou stojí tým odborníků z obecně prospěšné společnosti H-mat. Jejím cílem je rozvoj matematické gramotnosti žáků pomocí metody, jež se nazývá „matematika orientovaná na budování mentálních schémat“.

Opírá se o 12 klíčových principů:

- budování schémat
- práce v prostředích
- prolínání témat
- rozvoj osobnosti
- skutečná motivace
- reálné zkušenosti
- radost z matematiky
- vlastní poznatek
- role učitele
- práce s chybou
- přiměřené výzvy
- podpora spolupráce

Více o Hejného metodě najdete na stránkách www.h-mat.cz. Společnost H-mat podporují Nadace Depositum Bonum, Nadace Karla Janečka a Nadácia Eset.

Reportáž

I kantor může udělat při řešení chybu, učili se učitelé

Dvacet kantorek v Janovicích nad Úhlavou zjišťovalo, v čem spočívá kouzlo výuky matematiky Hejného metodou. Ta zbavuje žáky strachu z obávaného předmětu.

Jak schválně – myslíte si, že dobrý učitel matematiky musí svůj předmět bůhvíjak umět? Není nutno, vyvedou vás z omylu příznivci metody profesora Hejného. Kacířská myšlenka je to jen zdánlivě.

„Chyby vítáme a klidně nějakou může udělat i učitel. Nikdo se za to nikomu nesměje, na řešení děti přicházejí společně a kantor je k tomu pouze motivuje. Není cílem udělat z každého excelentního matematika, ale dát zažít dětem úspěch z objevování podle jejich schopností,“ vysvětluje lektorka Martina Hálová.

Promlouvá ke třídě asi dvaceti učitelek prvního stupně na letní škole v Janovicích nad Úhlavou. Jsou to ty, které metoda Hejného oslovila a přijely se do ní ve svém volnu důkladněji vpravit.

V právě probíhající workshopu lektorka ukazuje, jak lze dětem vštípit matematické uvažování pomocí vztahů v rodině. Nenásilně, přitažlivě, hrou.

„K rodinnému prostředí je třeba přistupovat s velkou opatrností. Pro některé děti by to mohlo být třaskavé téma, takže budeme pracovat s imaginární celistvou rodinou,“ na úvod vysvětlí. Pak přítomným rozdává dva listy z pracovního sešitu pro druhou třídu.

Obrázky vlevo zachycují příslušníky jedné části rodiny: Anna a Adam mají Cyrila. Cyril má tři děti – Víta, Hanku a Ivana – s Cecílií. Jejimi rodiči jsou Blažej a Barbora. Přítomné učitelky v roli žáků pak mají za úkol doplňovat, kdo je otec Cyrilovy manželky, nebo kdo je dcera Annina syna.

Třída začne ševlet, někdy se kantorky hned napoprvé netrefí, ale společné snažení nakonec vždy vyústí ve správné řešení.

„Co myslíte, je pravdivý výrok: Syn mé babičky je můj strýcem?“ obrací lektorka pozornost k další úloze. Fórum souhlasně zabzučí, ale pak se ozve i pochybnost: „Není to chyba, ale nepřišli jsme na všechna řešení. Správně by totiž věta měla znít: „Syn mé babičky je můj strýcem nebo můj otcem.“

Učitelé si mohou vybrat

„Ideální příprava na hodinu vypadá tak, že má kantor připravené úlohy pro vyšší i nižší úroveň, tedy pro ty nejlepší a na druhé straně ty méně šikovné. Děti mohou pracovat ve skupinkách, nebo nemusí,“ popisuje Martina Hálová.

Tahle matematika má sice daleko do drůlu a poučování, ale že by vážně dokázala sejmut z dětí strach z obávaného předmětu? Některé učitelky si to však ověřily i samy na sobě.

„Já měla odmalička k matematice velice negativní vztah. K téhle metodě jsem se dostala náhodou, ale teď už vím, že je to šance i pro slabší žáky. Člověk nemusí být hvězda v matematice, a přesto ho ten předmět může obohat.“ ubezpečuje Michaela Baumlová z Klatov. Momentálně je na mateřské dovolené, ale až se vrátí, chce matematiku učit právě tímto způsobem.

Jana Čechová učí Hejného metodou už rok ve Studené na Jindřichohradecku. „Můžu potvrdit, že děti jsou v hodinách nadšené a nikdo se matematiky nebojí. Mají radost, když úlohu vy-





ŠKOLENÍ UČITELŮ

Je pravdivý výrok „Syn mé babičky je mým strýcem“? O tom přemítali učitelé na kurzu, kde se učili zásady výuky matematiky podle takzvané Hejného metody. Kurz, z něhož jsou tyto snímky, se uskutečnil v Janovicích nad Úhlavou.

Foto: Ladislav Němec, MAFRA



Autoritativní učitel by se těžko smířoval s rolí pouhého průvodce hodinou. Klasická a Hejného matematika proto existují vedle sebe.

feš, pracují ve skupině a ti šikovnější slabším poradí.“ říká dvaapadesátiletá kantorka. Vlastním příkladem zároveň vyvrací domněnku, že metoda dokáže oslovit hlavně mladé.

„Je to víc o osobnosti kantora než o věku. Autoritativní učitel by se asi těžko smířoval jen s rolí průvodce hodinou. Klasická a Hejného matematika existují vedle sebe. Každému vyhovuje něco jiného a my učitelům nechceme nic vnucovat,“ zdůrazňuje lektorka princip dobrovolnosti.

Sama původně vystudovala druhý stupeň, obor matematika a tělesná výchova. Na Pedagogické fakultě Univerzity Karlovy ji učil přímo tvůrce metody, profesor Milan Hejný. Jenže toho, kdo začne mít jeho metodu rád, to přirozeně táhne do nižších ročníků, kde může děti včas podchytit. Martinu Hálovou to bavilo natolik, že si navíc udělala lektorský kurz.

„Tahle matematika má přesah. Vede děti ke kreativnímu přístupu k životu. Vlastně tvoří i vztahy ve třídě, zatímco ta klasická direktivní ubíjí. Nemotivuje,“ argumentuje lektorka, která v září začne učit třetáky v pražské základní škole na Barrandově.

Antitalenty nikdo nedusí

Na dalším listě se imaginární rodina košatí. Na obrázcích přibudou ještě další děti Adama a Anny, a to Emil a Dana. Rodokmen se tak rozšiřuje o bratrance, synovce a neteře. A v otázkách začíná přitubovat: Kolik synovců má Emil? Kolik je jím dohromady let? Je pravda, že můj bratr je synovcem mého strýce? Je pravda, že dvě neteře téhož člověka jsou sestry?

Elementaristky ztichnou a ponoří se do přemýšlení. „Já už jsem z toho úplně doblblá,“ zazní upřímný povzdech z řad. „Na této metodě je mi sympatické, že nikoho nedusí. Připouští i matematickou zabědnost,“ sekunduje další hlas.

Otevřeností poznámek se atmosféra uvolní a ve třídě dospělých se rozproudí diskuse. To je ta šťastná chvíle, kdy učitel s žáky aktivně hledají správné odpovědi.

„Nemusí k nim vést jediná cesta, jen ať si každý najde tu svoji. Naopak je důležité, aby zazněly všechny způsoby řešení. Žáci přitom chybují a objevují. Učitelé od nich dostávají zpětnou vazbu, a tím si dobíjejí energii,“ ubezpečuje Martina Hálová.

„Co když se ale přes to všechno někdo nechytá? Jak takovému žákovi dáte možnost zažít úspěch?“ táže se jedna z kantorek.

Odpověď se jí dostane z pléna: „Prostě dostane lehčí úlohu. Každý vyniká v něčem jiném a učitel nikomu neutrhne hlavu, když to není zrovna matematika.“

IVANA KARÁSKOVÁ
REDAKTORKA MF DNES

5 důležitých otázek a odpovědí

● Jak se děti vyrovnávají s přechodem na druhý stupeň základní školy, kde se matematika učí klasickou metodou?

Zcela bez problémů. Autoři metody mají přímou zkušenost s přechodem dětí z jejich pilotní třídy na druhý stupeň základní školy i na osmiletá gymnázia. Tito školáci přešli ke čtyřem různým učitelům, kteří vyučovali matematiku klasickým způsobem. „Problémy se u dětí neobjevily, naopak mnozí patřili ve třídě k matematické elitě. Jen nadšení z dělání matematiky u některých dětí opadlo,“ podotýkají propagátoři Hejného metody.

● Jaká je úspěšnost dětí, které jsou vedeny touto metodou, při přijímacích zkouškách na gymnázia ve srovnání s dětmi učenými klasicky?

Metoda profesora Hejného není všelék a nikomu automaticky nezajistí přijetí na gymnázium. Nadaným dětem rozhodně ve vstupu na střední školu nebrání, spíš naopak, podle zkušenosti připravuje lépe i slabší žáky. „Od několika škol máme zpětnou vazbu, že po zavedení naší metody se zvýšila úspěšnost přijetí jejich dětí na víceletá gymnázia,“ doplňují lektori.

● Mé dítě je ve 4. třídě a pořád neumí rychle násobit. Jeho kamarádi násobilku ovládají od 2. třídy. Proč jsou mezi nimi takové rozdíly?

Pokud dítě ve 4. třídě násobí stále tak, že čísla sčítá, je to úplně v pořádku. Postupem času totiž samo zjistí, že 3×2 je stejně jako $2 + 2$. Rozdíl je v tom, že když tento princip objeví samo, bude násobilku skutečně chápat a umět ji použít, na rozdíl od dítěte, které se ji ve 2. třídě naučí nazpaměť. „Zkušenosti ukazují, že školák, který násobilku ‚mrská‘ ve 2. třídě, ji na 2. stupni už neumí,“ hájí metodu její autoři.

● Dítě se ve škole učí matematiku klasicky. Má cenu s ním doma zkoušet metodu podle Hejného?

Určitě ano, protože podle lektorů učí tato metoda děti přemýšlet, nikoliv memorovat naučené postupy. A to je velmi důležité pro rozvoj myšlení. Je jasné, že není možné s dětmi probírat učebnice v celém rozsahu a také jim bude chybět vzájemná diskuse se spolužáky. „Přesto můžeme na základě zkušeností rodičů potvrdit, že děti počítání v téhle podobě baví, zlepšuje jejich schopnosti i jejich vztah k matematice jako takové,“ ubezpečuje rodiče tým kolem profesora Hejného.

● Je nutné s touto metodou začít již v první třídě, nebo to jde i později? Treba až na druhém stupni?

S metodou lze začít i později, samozřejmě čím dříve, tím lépe – klidně už v mateřské škole. Pokud se školák začne učit podle Hejného později, musí rodiče a učitelé počítat s tím, že nový způsob práce i změny při řešení úloh budou trvat déle. Umožňovaly jsou ovšem uzpůsobeny tak, aby umožňovaly dětem začít s metodou v 1., 3. a 6. ročníku.

Zdroj: www.jh-mat.cz

i Utekli vám začátek seriálu? Nevadí. Objednejte si předplatné na www.mfdnes.cz/matematika nebo na 225 555 522. V ceně je přístup do elektronické verze deníku, o žádné vydání tak nepřijedete.

Seriál Matematika, která baví

Matematika

Jak učit děti s radostí

2. díl

Hana Kubová



zastupkyne ředitelky,
předsedkyně rady školy,
hlavní učitelka
Hana Kubová na
2. stupni ZŠ Bodláky
a Pempelský, Velič

S výukou matematiky si mnozí spojují „počítání příkladů“, ale matematika nabízí mnoho jiných aktivit. Není třeba sedět v lavicích, nepotřebujete tabuli ani křídlo, někdy ani čísla. Stačí jen chuť objevovat. Tato matematika můžeme s dítětem dělat i v jeho domě v obýváku, v kuchyni nebo na výletě. V minulém díle jsme se dozvěděli, jak s pomocí chůze učíme děti počítat a odčítat, jak je seznamujeme s zápornými čísly. Stejným způsobem můžeme k rozvoji matematických schopností využít státní kolej, jízdu autobusem, cestu k babičce o mnoho dalších běžných činností. Na těchto situacích, které jsou dětem dobře známé, vytvoříme matematické série úloh, které posílíme k objevování některých matematických vztahů a zákonitostí. Například prostředí autobusu. Dnešní technický svět je plný tabulek, grafů, harmonogramů, diagramů apod. Prostředí autobusu přivádí děti k tomu, aby se ve všech těchto tabulkách a harmonogramech nejen vyznaly, ale samy je i vytvořily a uměly s nimi zacházet. A celé nám to začne celkem vlnit záležitostí, jakou je jízda autobusem.



Autobus

Práce s tabulkou

Autobus je hra, která využívá dětem známé prostředí, která je baví a u které získávají své vlastní zkušenosti. Na nich je možné stavět při výuce ve škole. Autobus vytvoříme z lepenkové krabice a za cestující poslouží hračky nebo zátka od PET lahvi. V místnosti označíme zastávky například: Nástupní, U Okna, U Sídlné a Konečná. U každé zastávky je jeden vypravěč a ještě je zde řidič autobusu. Vypravěč u nástupní zastávky vkládá do autobusu zátka a říká „jeden cestující nastoupil“. Pak vloží do krabice jinou zátka se slovy „jeden cestující nastoupil“. Pak vloží do krabice jinou zátka se slovy „jeden cestující nastoupil“. Takto řidič obejde všechny zastávky, až dorazí na konečnou. Kolik cestujících vystoupí na konečné?

Materská škola

Při jízdě autobusem pracuje dítě s počtem lidí, 1) kteří jsou v autobusu teď (stav), 2) kteří z autobusu vystoupili nebo do něj nastoupili (změna), 3) kteří na dané zastávce do autobusu přibylí nebo z něj ubyli (porovnání).

Dítěti tedy dáváme úlohy na stav, změnu a porovnání. Například: Kolik nás je u stolu? Kolik nás bude, až přisedne i maminka? Kolik dětí je na prskovíšti?

Několik rodičů a učitelů hrálo autobus i s předškoláky. Když začali s jednoduchými úlohami, malým počtem zastávek (Nástupní, U Okna a Konečná) a cestujících, hra dětem bavila. Postupně lze s dětmi rozlišovat počet zastávek i cestujících. Jestliže není dost dětí, pomůže maminka nebo děda.

1. a 2. ročník

Se vstupem do školy se z důlka stává žák a autobus je jedním z prostředí, ve kterých se žák pohybuje v hodinách matematiky. Podobně jako v M5 přirovnáváme autobus, zastávky a cestující. Rozdělíme role vypravěčů a řidiče autobusu. Začíná hra. Dítě si při hře musí pamatovat řadu údajů a průběhné počty. Má k dispozici papír nebo mazací destičku, na kterou si dělá poznámky. Zatím mu stačí udělat si čárku, když cestující nastoupí, a škrtnout ji, když cestující vystoupí. Po čase položíme „zakeřnou“ otázku. Například: Kolik cestujících vystoupilo na druhé zastávce? U dětí tak probudíme potřebu lepšího záznamu jízdy. Děti své záznamy vyvěsíme a diskutujeme, až vznikne tabulka.

vystoupili	/	//	///	///	///
nastoupili	//	///	///	///	///

Tabulka obsahuje všechny údaje o jízdě. Děti se učí pracovat s daty. Existuje však otázka, na kterou jim tabulka přímou odpověď nedá: „Kolik cestujících bylo od umyvadla k oknu?“ Tento údaj musí dítě z tabulky vyvodit. Výhodnější je však rozšířit tabulku o řádek „Jeli“. I pak ale najdeme otázky na čísla, které nejsou v tabulce uvedena přímo. Například:

Úloha 1: Překresli horní tabulku a přičti k ní řádek „Jeli“.
Odpověz na otázky: a) Kolik cestujících jelo autobusem celkem? b) Kdy bylo v autobusu nejvíce cestujících? c) Na které zastávce z autobusu ubýlo nejvíce cestujících? V první etapě jsme měli zastávky konkrétně pojmenované. Nyní jsou žáci již schopni přejít k abstraktnějšímu značení zastávek písmeny A, B, C... Úlohy se postupně stávají náročnějšími a přidáváme další podmínky.

vystoupili	/	//	///	///	///
nastoupili	//	///	///	///	///
Jeli					

Úloha 2: Doplni tabulku, když víš, že na zastávce B nastoupilo do autobusu 2x více lidí, než z něj vystoupilo. Totéž i na zastávce D.

	A	B	C	D	E
V	0	2	4		13
N				6	0
J	7				

3. a 4. ročník

Rušením mnoha dloh žák tabulku dohře rozumí a lépe se v ní orientuje. Dalším krokem je rozdělení cestujících na muže a ženy.

Úloha 3: Doplni tabulku

	A	B	C	D	E
V	0	▲	■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■
N				■	0
J	■ ■ ■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■		
Celkem					4

Na zastávce ... nevystoupili žádní ■. Nastoupili zde ... ▲.

Na zastávce ... nevystoupila žádná ▲. Nastoupila zde ... ■.

Předchozí úlohy žádaly doplnění tabulky. Poslední úloha této části žádá vytvoření tabulky. Proces jízdy je popsán sérií podmínek a žák musí podle nich vytvořit tabulku.

Úloha 4: Autobus vyjel ze zastávky A a přes zastávky B, C, D dojel na zastávku E. Celkem se vezlo 5 žen a 4 muži. Všechni muži nastoupili na zastávce A. Na každém ze čtyř úseků trati bylo v autobusu vždy 6 cestujících. Na každé zastávce se počet žen zvýšil o jednu. Napiš tabulku jízdy autobusem.

5. a 6. ročník

V 1. a 2. ročníku jsme cestující nerušívali. Ve 3. a 4. ročníku jsme již rušívali muže a ženy. Teď budeme rušívat jednotlivé cestující. Začneme tvořit a používat harmonogram jízdy. To žákovi otevře cestu k používání dalšího nástroje pro práci s daty. Harmonogram umožní najednou uchopit sérii procesů.

Úloha 5: Podívej se na harmonogram jízdy autobusu. Podle harmonogramu jízdy vytvoř tabulku jízdy autobusem. Jelo 5 lidí.

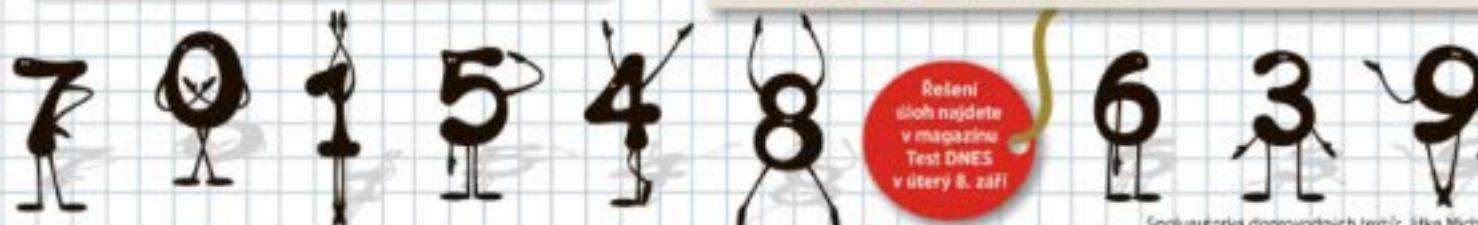
A	B	C	D	E
■	■	■	■	■
■	■	■	■	■
■	■	■	■	■
■	■	■	■	■

Řan Modrý nastoupil na zastávce A a na zastávce B vystoupil.
Řan Žlutý nastoupil na A a vystoupil na C.
Řan Zelený jelo z B do D.
Řan Fialka z C do D a pak Orl jelo z C do E.

Úloha 6: Doplni obě tabulky a vytvoř pro ně harmonogram jízdy autobusu.

	A	B	C	D	E
V	0	▲	■	■	■
N					0
J	■	■	■	■	■

Úloha 7: Napiš harmonogram i tabulku jízdy autobusem, když znáš následující informace: Autobusem se vezlo celkem 5 lidí. Z nich 3 nastoupili na zastávce A a 2 na zastávce C, jeden se vezel pouze jednu stanicí, 3 jeli 2 stanicemi a jeden se vezel 4 stanicemi. V autobuse byli stále přítomní alespoň 2 lidé.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 8. září

Utekl vám začátek seriálu? Nevadí. Objednejte si předplatné na www.mfdnes.cz/matematika nebo na 225 555 522. V ceně je přístup do elektronické verze deníku, o žádné vydání tak nepřijdete.

Seriál Matematika, která baví

Matematika

Jak učit děti
s radostí

3. díl

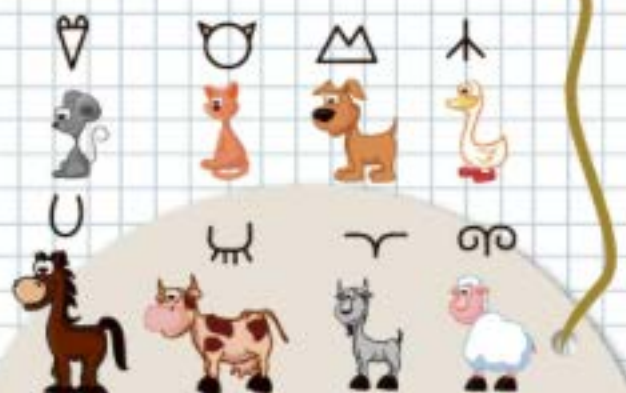
Jiřka Michalová



Matematiku naprosto
metodu, započítává
učitelka pro 1. stupeň
na ZŠ Ing. M.
Pavlovská, Neratovice

Děti mají přirozenou potřebu vlastního tělesného i duševního rozvoje. Baví ho běhat, skákat, ale i experimentovat, přicházet všem na kloub. Nebaví ho učení, pokud učení rozumíme příměm a opakovaním historických proudů a postupů. Škola většinou od dětí takové učení vyžaduje a většina dětí se přizpůsobí. Ale radost jim matematika nepřinese. Je tomu už pěkná řádka let, kdy se u dětí tento příběh rozlišuje. Jinak chodí po pokoji jako lev v kleci. Dostává tyfiku z roušky. Někdy dětem předepoukají postupy. Asi jako někdo nerozuměl hodnocení „Především“ povídá: „Je to nedostatek postupu, nevěděl. Hlavně, abys tomu rozuměl.“ Někdy říkají opakovat: „Jo, jo, rozumíš. Ted to musím umět takhle, inu, a teď to pochopíš, budeme už dělat něco jiného!“

Přijde-li si dítě cestou objevovat, v. co dělá, a svým způsobem a postupem rozumí. Co je to učení? Znáte přesně například postup učitele, nebo rozumíte tomu, co dělá, a vidíte, proč to říkáte? Který druh znalostí říká v životě lidé využívat, když bude hledat práci?



Zvířátka dědy Lesoně

Připravujeme porozumění rovnicím

Děda Lesoně pečuje o zvířátka myšky, kočky, hory, psy, kozy, berany, krávy a koně. Zvířátka dědy Lesoně má každý přetahovanou. Všechny myšky jsou stejné sílné, všechny kočky jsou stejné sílné, všechny psy jsou stejné sílné, všechny kozy jsou stejné sílné, všechny berany jsou stejné sílné, všechny krávy jsou stejné sílné, všechny koně jsou stejné sílné.

$$\begin{aligned} \text{Myška} &= \text{Kočka} \\ \text{Kůrka} &= \text{Myška} \\ \text{Kůrka} &= \text{Kočka} \\ \text{Kůrka} &= \text{Kočka} \end{aligned}$$

Koně zvířátek jsou na karmáděch. Děti je vždy tak, že s kartičkami manipulují.

Mateřská škola

V dřívější době není samostatné, aby se děti běžně setkávaly s domácími zvířaty. V předškolním věku je však užitečné, když si dítě vytvoří představu o tom, jak domácí zvířátka, nejen ta, která jsou uvedena v našem prostředí, vypadají. Prosíme jim navštívená farmy, kde si budou moci důkladně prohlédnout různá zvířátka, povídat o nich, pohladit si je.

Dědu Lesoně zavádíme až ve 2. ročníku, ale několik rodičů i učitelů si hrálo na myšky, kočky a husy i s dětmi předškolního věku. Tím se u dětí vytvoří představu o tom, jak domácí zvířátka, nejen ta, která jsou uvedena v našem prostředí, vypadají. Prosíme jim navštívená farmy, kde si budou moci důkladně prohlédnout různá zvířátka, povídat o nich, pohladit si je.

1. a 2. ročník

Zvířátka přibíráme postupně. Do konce druhého ročníku vystačíme s myši, kočkou, husou, psem, kozou a beranem. Na následujícím obrázku je šest úloh na porovnání síly přetahujících se družstev. První dvě úlohy jsou vyřešeny. V dalších čtyřech úlohách najdeme třikrát rovnost a jednou nerovnost. U případů nerovnosti může následovat další úloha: Které zvířátko má přijít slabším na pomoc, aby bylo družstvo stejně sílné?

$$\begin{aligned} \text{Úloha 1:} & \text{Myška} > \text{Kočka} \\ \text{Myška} &= \text{Kočka} \end{aligned}$$

O masopustu se do hry na přetahovanou zapojila zvířátka v maskách. Uvedeme 3 případy:

$$\begin{aligned} \text{Úloha 2:} & \text{Zjistí, které zvířátko se ukrývá za maskou.} \\ \text{a) } & \text{Myška} = \text{Kočka} \quad \text{b) } \text{Myška} = \text{Kočka} \quad \text{c) } \text{Myška} = \text{Kočka} \end{aligned}$$

V poslední rovnici jsou dvě stejné masky. Za nimi jsou stejné zvířátka. Jak to bude dítě řešit? Například takto: Kozu nahradí psem a myši. Dostane rovnici:

$$\text{Kůrka} = \text{Kočka}$$

Kdyby za maskou byla myš, bylo by levé družstvo slabší. Zkusíme dát za masku kočku a ono to vychází. Tedy:

$$\text{Kůrka} = \text{Kočka}$$

Úloha je vyřešena. Během řešení si také uvědomíme důležitá pravidla pro řešení rovnic: rovnice se nezmění, když z obou stran odebereme stejnou hodnotu. Žák toto pravidlo odhaluje postupně a sám, dopředu mu je neukazujeme. Dostává čtenář obvykle hned vidí, že zvířátko lze lehce převést na číslo: 1 kočka = 2, husa = 3 atd. Žák se může ztvářet, když si s karmádě, když to jde řešit čísel. Jenže s čísel nelze manipulovat jako s karmáděmi zvířat. Děti pak přichází o cenné zkušenosti s výměnou zvířátek o různých hodnotách, řekněme číselné výpočty. Když ovšem žák sám odhalí převod karmádě na čísla a dokáže s nimi pracovat, rozhodně mu v tom brání.

3. a 4. ročník

Přibudou nová zvířátka: kráva a kůrka.

Úloha 3: Zjistí, které zvířátko se ukrývá za maskou.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \text{Myška} = \text{Kočka} \\ \text{b) } & \text{Myška} = \text{Kočka} \\ \text{c) } & \text{Myška} = \text{Kočka} \end{aligned}$$

Rovnici c) řeší třetí Matěj takto: z obou stran odebera kočku, chvíli se na to dívá, pak krávu vymění za dvě kozy a řekl, že pod maskou je kůrka. Jarka (čtvrtý ročník) přepsala rovnici do čísel: $x + x + x + 2 + 10 + 5 + 2 = 17$. To upravila $3x + 2 = 17$. Ze x dělá 4, ale to bylo málo. Naposled $x = 5$, to vyšlo. Tedy za maskou je kůrka.

Experimentování dětí najdou řešení.

Úloha 4: Zjistí, které zvířátko se ukrývá za maskou a které za maskou v rovnici $\text{Myška} = \text{Kočka}$. Hledej více řešení.

Úloha 5: Najdi všechna řešení rovnice. a) $\text{Myška} = \text{Kočka}$ b) $\text{Myška} = \text{Kočka}$

5. a 6. ročník

V prostředí zvířátek můžeme zadávat i soustavy dvou rovnic o dvou neznámých.

Úloha 6: Zjistí, které zvířátko se ukrývá za maskou a které za maskou v rovnici $\text{Myška} = \text{Kočka}$.

$$\begin{aligned} \text{a) } & \text{Myška} = \text{Kočka} \\ \text{b) } & \text{Myška} = \text{Kočka} \end{aligned}$$

Děti si prohlédnou obrázek a provede výměnu: zelenou ve spodním řádku nahradí dvěma červenými. Tuto rovnici již řešit umí.

$$\text{Myška} = \text{Kočka} \rightarrow \text{Myška} = \text{Kočka}$$

Dalším prostředím, které napomáhá žákům porozumět rovnicím, jsou váhy. Toto prostředí se běžně ve škole používá již léta. Pro nás je nové to, že se stejná rovnice může uvest jak v prostředí Dědy Lesoně, tak v prostředí Váh. U obou prostředí sbírají děti zkušenosti, na kterých stojí řešení rovnic i jejich soustav. Například úloha 3a) bude v prostředí Váh dělá obráčkem vyřešena a otázka: Jakou hmotnost má krychle?

Úloha 7: Vyřeš dvojici rovnic. a) $\text{Myška} = \text{Kočka}$ b) $\text{Myška} = \text{Kočka}$

Úloha 8: Úlohy 3a) a 3b) přepiš jako úlohy o vahách a vyřeš je.

Úloha 9: Číselnou rovnici $3x + 3 = 21$ přepiš jako úlohu a) o zvířátkách, b) o vahách. Úlohy vyřeš.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 8. září

První díl vyjde
v pondělí 7. září
Zítra čtete ve Váhu
o historii školy



Utekl vám začátek seriálu? Nevadí. Objednejte si předplatné na www.mfdnes.cz/matematika nebo na 225 555 522. V ceně je přístup do elektronické verze deníku, o žádné vydání tak nepřijedete.

Matematika

Jak učit děti
s radostí

4. díl



Slovní úlohy

Anna Antonová



plnom učitelka
Hvězdné metody
pro 2. stupeň na ZŠ
Ing. H. Přestopová
Neratovice

Když nám maminka uvarí oběd, je cílem běžné se u společného stolu zmínit o tom, jak nám chutnálo. Odměnou nám je nejen další občasná oběd, ale ještě moudrě se káve. Každý má rád pochvalu, a to nám dává větší chuť. Někdy ocenění druhých ani není třeba, stačí, že se dlo podařilo a máme z toho radost. Máme chuť pokračovat v dalším díle. Ať bychom tuhle chuť neměli, kdyby nás někdo často hnal. S dětmi ve škole to je stejné. I je povzbuzení pochvala za práci a její výsledek. Tímto bychom se ve vztahu k dětem měli řídit především. Nechceme je, aby experimentovali a báli. Chce, aby byli číselní. Používáme je, když víme, že jsou na drby čísel. Můžeme je i naměřovat, ovšem vyhodíme se náhodou. Neukládáme dětem, jak se to má. To často bývá mezi námi, která pomáhá jen krátkodobě, ale dá žít a děti přitom nedá. Navzdor na život totiž neexistuje. Na to, „jak se to dělá“, si musí každý přit ká.

Mateřská škola

Zvládnout slovní úlohy znamená především rozumět jazyku, který běžně používáme. I v období, kdy dítě ještě neumí číst, řeší různé úlohy běžného života, které prožívá s rodičem. V bohaté komunikaci s rodiči dítě poznává i mnoho z matematiky – čísla, tvary, vztahy, různé situace.

Ptám se čtyřletého hochy: „Aleš, kdo je syn tvého táty?“ Hoch se zamyslí, počká se na táta a řekne: „Já, jo a Petr.“ Pětiletá Bára pomáhá mamince strojit stůl. Máma jí polská, aby ubrousky přeložila na polovinu. Dívka chvíli kouká a pak se zeptá: „Tak, nebo takto?“ (na trojúhelník nebo na obdélník). Maminka: „Takhle hezky, na trojúhelník.“ Na posteli leží medvídek, panenka a bager. Ptáme se: Kolik je to hraček? Přidám na postel ještě autíčko a míč. Kolik hraček jsem přidal? Kolik hraček je na posteli nyní? Medvídko uklidím do police. Kolik hraček jsem ubral? Kolik hraček je na posteli nyní? Na talíři jsou 4 jablka. Dvě vidím a ostatní jsou pod ubrouskem. Kolik jablek je ukryto pod ubrouskem? V modré misce jsou dvě fazole, v červené čtyři. Kde je víc? O kolik? Z červené misky přesuňu jednu fazoli do modré misky. Kde je víc fazolí nyní? Navzájemně dítě za každý krok pochválit a tvořit se překvapením, že úlohu zvládlo.

1. a 2. ročník

Podobné aktivity jsou důležité i ve školním věku, v době, kdy se dítě čít teprve učí.

Úloha 1: Mám komín z pěti krychlí. Postav svůj komín tak, že máš bude o jednu krychlí vyšší než ten tvůj.

Často dítě postaví komín ze šesti krychlí. Nechá se zmást slovem vyšší a jednu krychlí přidá. Vzájemným porovnáním komínů a diskusí dítě zjistí, že musí lépe poslouchat. První slovní úlohy v učebnici jsou takové, že si dítě potřebné informace vyhledává z obrázku. To přispívá k tomu, že později lépe vyhledává klíčové informace i v psaném textu.



Úloha 2: Kolik krychlí má Ivo? Kolik krychlí má Eva? Ivo má __ krychlí. Eva má __ krychlí. Kolik krychlí mají oba? Doheřady mají __. Kdo má více? Více má __.

Snaha ulehčit dítě práci tím, že mu radíme, jak úlohu řešit a co a jak si zapsat, je kontraproduktivní. Dítě cítí, že je podceňujeme a ubíráme mu autonomii. Nechme zcela na dítěti, jak úlohu vyřeší. Případnou chybu si vyjasní rozhovorem nejpozději s jiným dítětem. Důležité je, že dítě ví, co dělá, a umí si své řešení obhájit. Vzájemným a účinným nástrojem řešení slovních úloh je dramatizace – situaci s dítětem sehnáme, nebo aspoň modelujeme. Věšba je také metoda pokus – tedy, při které dítě získává se situací mnoho zkušeností, jako například v následujících již obtížnějších úlohách.

Úloha 3: Goran a Petr mají dohromady 12 Kč. Goran má 2 mince a Petr 3. Přesto má Goran o 2 Kč více než Petr. Které mince má Goran a které Petr?

Úloha 4: Když byly Mirkovi 3 roky, narodily se jeho sestry, dvojčata Dana a Jana. Až bude Mirkovi 5 let, budou Janě __ roky a všem třem sourozencům bude dohromady __ let.

3. a 4. ročník

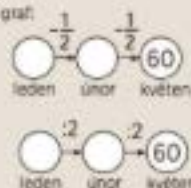
Různorodost úloh vede k různorodým řešením. Děti k řešení hojně využívají i matematické prostředky, ve kterých se běžně pohybují. Na síle nabývá argumentace a takový zápis, který je srozumitelný nejen řešiteli. Matematická náročnost se zvyšuje postupně. Viz úlohy 10–12.

Úloha 5: V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu snížili opět o polovinu. Kolik korun stály rukavice v květnu, když jejich cena v lednu byla 300 Kč?

Úloha 6: V dubnu snížili cenu rukavic o polovinu. Kolik korun stály rukavice před snížením v únoru, když jejich cena po snížení v květnu byla 80 Kč?

Úloha 7: V únoru snížili cenu zimního zboží o polovinu, v dubnu snížili opět o polovinu. Kolik korun stály v lednu rukavice, když jejich cena v květnu byla 60 Kč?

Uvedeme jednu situaci, jak úlohu řešila skupina dětí. Tonda k řešení použil graf:



Z předchozích zkušeností s podobnými úlohami již vědí, že zde „jde od konce“. Číslo 60 chápal jako polovinu z ceny v únoru. Zjistil cenu rukavic v únoru, tedy 120 Kč. Částku 120 chápal jako polovinu původní ceny rukavic v lednu. Díky grafu uměl svou úlohu ukázat i ostatním přesto, že z matematického hlediska lze grafu ještě leccos vytknout. Měla rozumět úvaze Tondy, ale protestovala. Graf ji nefungoval pozpátku. Ptala se: „Co znamená 60 plus polovina?“ Adam namítl, že to je jako $60 + 60$, tedy 60. 2. Mša upravila graf:

Nyní se radová všichni. I ti, kteří měli původně názor jiný. Ocenit se již děti uměly mezi sebou vzájemně. Tato série úloh zaujala děti tak silně, že později samy vytvořily úlohu 11.

5. a 6. ročník

Do popředí se zde začne dostávat matematický jazyk. Na základě získaných zkušeností volí často již 5dci úlohy 7 k řešení jazyk matematický. Je dítětem totiž srozumitelný. Vzniká ho jako silný matematický nástroj, který jim usnadňuje situaci. Např. Únor: $10 \times x = 60$, $x = 120$; leden: $10 \times y = 120$, $y = 240$.

S přibývajícím zkušeností bude časem řada dětí podobnou úlohu řešit pomocí jedné rovnice.

Úloha 8: Dnes jsou Bedřichovi 3 roky. Když mu bude tolik, co je dnes Adamovi, bude mít Adam 19 let. Kolik let je dnes Adamovi?

Úloha 9: Tatínek a maminka váží dohromady 171 kg. Tatínek váží o 60 kg více než maminka. Kolik váží maminka?

Úloha 10: Z kochoutky kape voda rychlostí 1 centilitr za 1 minutu.
a) za jak dlouho zbytečné odteče 1 litr?
b) kolik vody zbytečné odteče za 5 dnů?

Úloha 11: Zimní bunda byla zlevněna o 20 % a následně o dalších 20 %
a) jaká byla konečná cena, když původní cena byla 5 200 Kč?
b) jaká byla původní cena, když nová cena byla 2 400 Kč?



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 8. září

Matematika

Jak učit děti
s radostí

5. díl

Pavel Šolom



Člen týmu H-mat,
spoluautor učebnic
pro 2. stupeň

V první třídě probíhá rutinní debata o řešení úlohy. Třída je náročně rozdělena dle úrovně počtu na tři. Někteří mají problém s pochopením a chybují, jiní, mezi nimiž má hlavní slovo Lukáš, už je to jasné. V debatě, kterou učitelka jenom pozoruje, se obě strany snaží použít pádné a názorné argumenty. Přesto na konci hodiny platí více „nejasností“. Diskuze pokračuje i o přestávce. „Jestli neť mluvit na další hodinu, přišel po učitelce Anička a říká: „já už vím, že má Lukáš pravdu.“ Učitelka: „A jak jí to jde?“ Anička: „Jo, Lukáš mi to vysvětlil jako vyprávění a já jsem pochopila, že to má správně.“

Průběh z hodiny Evy Šubrtové

Anička ví, že není harba přemít, že se mýlí. Dovede uvažovat, že Lukáš má pravdu. I když debata mezi dětmi byla velmi zaplněná, nikdo na nikoho neútočil. Děti se přehyžely o podstatu úlohy. Horší zisk, který si děti odnáší z takového vyučování, považujeme za cennější než získané matematické znalosti. Jsme přesvědčeni, že kvalitní spolupráce více učí hodnoty moravi než hodnoty žvabrdy. Snažíme se, aby tento princip probíral celá vyučování.

V tomto díle pokračujeme v příběhu, který rovněž zúčastnili děti se sčítáním a odčítáním.



Součtové trojúhelníky

Od sčítání až k soustavám rovnic

Počítat „sloupečky příkladů“ většinu žáků nebaví. Proto jim předkládáme úlohy na sčítání a odčítání vložené do různých prostředí. Ukážeme součtové trojúhelníky je na obrázku. Součet dvou sousedních čísel je vždy zapsán v poli pod nimi.

Mateřská škola

Děti se učí tím, čím více smyslů zapojí. V předškolním věku získávají zkušenosti s tím, že složením dvou množství vzniká něco nového. Klíčová je přitom možnost si všechno osahat, prožít a sám vyzkoušet.

Úloha 1: Vezmeme zapnutou mikinu a zvedneme ji tak, aby se dolním okrajem dotýkala podlahy. Jedno dítě vhodí do levého rukávu malý počet kamínků, druhé dítě vhodí několik kamínků do pravého rukávu. Kolik kamínků vypadne dolů?

Náročnější obměna: Dítě vidí, kolik kamínků se vhodilo do jednoho rukávu, ale neví, kolik vypadne do druhého. Ukážeme mu až kamínky, které vypadly dolů. Kolik kamínků jsme hodili do druhého rukávu?

Tato hra se dá hrát například s rozvojkou plastového potrubí nebo s trysčtyřem, kam se nevhodí všechno naráz, ale napřed první hromádka a pak druhá.

Utekl vám začátek seriálu? Nevadí. Objednejte si předplatné na www.mfdnes.cz/matematika nebo na 225 555 522. V ceně je přístup do elektronické verze deníku, o žádné vydání tak nepřijedete.

1. a 2. ročník

Na začátku 1. třídy děti neumí psát číslice, což jim ale nebrání učit se rozumět počtu a znázorňovat své výpočty na papíře. Zatím pomocí čárek nebo teček připomínajících borůvky.



Důležité je hovořit s dítětem klidně a bez spěchu, abychom poznali, jestli rozumí, co znamená přidat, dát dohromady, ubrát apod. Zda přitom zapisuje čárky, puntíky, nebo číselce není podstatné. Cílem je směřovat k porozumění, že tři a jedna jsou čtyři, a je jedno, jestli jde o slony, slapky, nebo tečky.

Časem se objeví i náročnější úlohy. Spojením dvouřadových trojúhelníků se pomalu dopracujeme k víceřadovým. Celý proces od jednoduchého ke složitějšímu v mysli dítěte trvá delší dobu. Opět se vyplácí nespěchat. Ukazuje se, že náročnější pomocí je naslouchat dítěti, jak úlohu rozumí, a nechat je mluvit mezi sebou.

Úloha 2: Doplně.



Při řešení prvního z trojúhelníků učitel žák tři výpočty: $4 + 1 = 5$, $1 + 2 = 3$ a $5 + 3 = 8$. U druhého trojúhelníku musí čtyřikrát sčítat a dvakrát odčítat.

Úloha 3: Vrať neposedy zpět.



Žáci používají metodu pokus - omyl, která je základem objevování nejen v matematice. Například objeví, že největší číslo (zde je to 12) je v dolním poli.

3. a 4. ročník

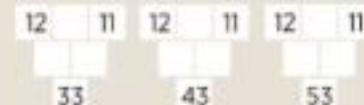
Objevují se výzvy, které vedou žáky k novým zkušenostem a objevům. Například v následující úloze získávají zkušenosti z oblasti kombinatoriky.

Úloha 4: Najdi všechna řešení.

Po několika náhodných pokusech žák objeví, že v prostředním poli prvního řádku mohou být čísla 0, 1, 2, 3, 4 a 5 a žádná jiná. Pak jiný žák navrhuje počítat i se zápornými čísly a napěchou se ukáže, že v takovém případě má úloha „strašně moc“ řešení.

Žáci rychle získali zkušenost, že k výpočtu trojúhelníku se 6 čísel je nutno zadat 3 čísla, jsou ale případy, kdy řešení nade rychle najít.

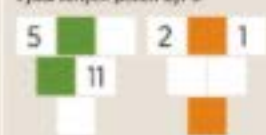
Úloha 5: Doplně.



Metodou pokus - omyl žáci najdou dva řešitelné postupy: rozloží dolní číslo na dvě sousední čísla (tedy $33 = 17 + 16$, $43 = 22 + 21$ a $53 = 27 + 26$), nebo najdou pravidlo, jak z daných čísel najít prostřední číslo v horním řádku.

Dalším krokem je přidání podmínky. Pak můžeme nadotázat i soustavu lineárních rovnic.

Úloha 6: Doplně tak, aby součet dvou čísel ve vybarvených polích byl 9.



Rychlejší žáci vede učitel k objevování vztahů (například tím, že změní pořadovaný součet 9 na jiný). Pomáhají žáci při používání metody pokus - omyl provést počítání a svým vlastním tempem vypracovat své řešení strategie. První úloha modeluje soustavu rovnic $x + y = 9$, $y - z = 5$. Druhá soustavu rovnic $x + y = 9$, $2x + 3y = 16$.

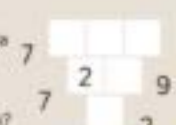
5. a 6. ročník

Objevují se náročnější podmínky, které se týkají například součtu čísel v řádku nebo součtu všech čísel v trojúhelníku. Následující úlohy patří k těm náročnějším.

Úloha 7: Součet všech šest čísel součtového trojúhelníku je 28. Součet tří čísel prvního řádku je 6. Najdi tento součtový trojúhelník. Najdi dvě řešení.

Úloha 8:

Z vyřazeného trojúhelníku utvoř čísla 2, 7, 7, 9 a ještě jedno číslo, které uteklo z papíru úplně. Jak vypadal ten trojúhelník?

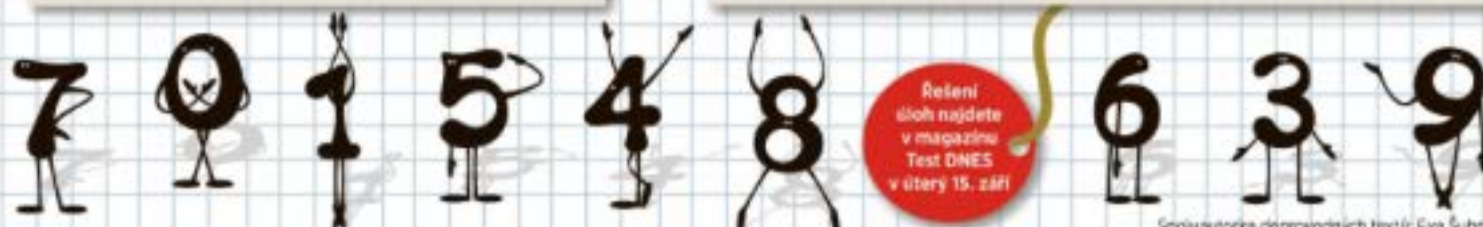


Úloha 9:

Doplně tak, aby součet dvou čísel v zelených polích byl 10 a součet dvou čísel v modrých polích byl 11.



Žáci rychle odhalili, že úloha nemá řešení. Pak přijde hlavní výzva: Jak to dokázat?



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 15. září

Matematika

Jak učit děti s radostí

6. díl

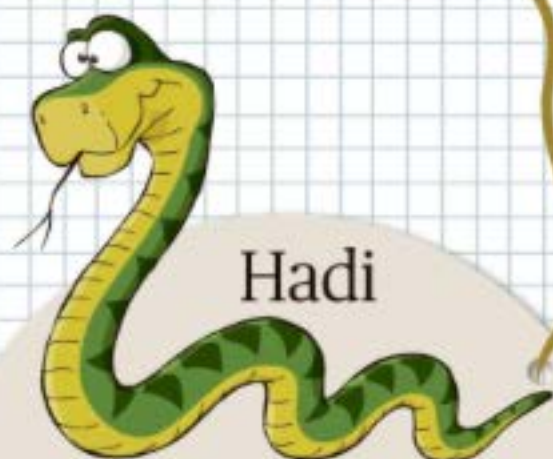
Pavla Polechová



lektorka H-mat, učí matematiku na ZŠ a MŠ Hlasek v Hradci Králové

To nepředstíháš pro novou dítěte a zároveň to nechtěl pro nás dospělý je trápivost. Od narození se dítě učí sama, z vlastní potřeby. Věnuje pozornost dospělým, když se postaví, když udělá první krok, když řekne první slovo, první větu. Když rodič si pamatuje, smlouvá slova svých dětí jako dohady nebo panova. Nevnímá je jako chyby, ale jako projev tvořivosti a rozvoje logického myšlení dítěte. Rodič, který stojí pozadu i první matematické kroky dítěte a podílí se na jeho radosti z objevů, tím i nadále udržuje vysokou rychlost jeho rozvoje. Ale matka vychází matematice ztrát dítěte používání a kontraproduktivní. Projeví se negativním postojem dítěte k matematice.

Šestkové vstupující do světa matematiky poskytne motivaci radost z úspěšného vyřešení příměrně náročných úloh – na první úroveň, ani příliš obtížnou. Tato radost o tak přejí každému z nás. Motivace se stává trvanlivou, dítě má pochopení se matematikou zabývat.

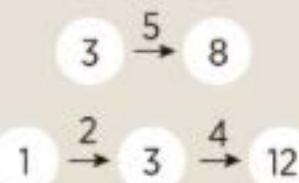


Hadi

Od záznamu stavu a jeho změny k funkcím

V životě čísla vyjadřujeme stavy (mám 10 Kč) i změny (dostal jsem 5 Kč). Stejně i v prostředí hadů máme stavy (čísla v kroužcích) i změny (čísla nad šipkami označující přičítání (odčítání) nebo násobení (dělení)).

V prvním hadovi jsou zapsány dva stavy (3 a 8) a jedna změna (přičítaj 5). V druhém hadovi vidíme tři stavy (1, 3, 12) a dvě změny (přičítaj 2 a vynásob 4). Když z hada některé číslo nebo čísla vymažeme, vzniká úloha „doplnit hada“.



Mateřská škola

Přípravou na hady jsou stolní hry, ve kterých se hádají hrací kostičky. Číslo, které padne na kostce, určí změnu polohy figurky. Naplň soustěže připravit k interaktivnímu prostředí této matematiky.

Navíc, když dítě vyhodnotí situaci a utváří si přehled na výhled, učí se promýšlet budoucí proces pouze v představě. Pochopíme to podle toho, že dítě před hadem volá třeba „trojku, trojku“.

Utekl vám začátek seriálu? Nevadí. Objednejte si předplatné na www.mfdnes.cz/matematika nebo na 225 555 522. V ceně je přístup do elektronické verze deníku, o žádné vydání tak nepřijedete.

1. a 2. ročník

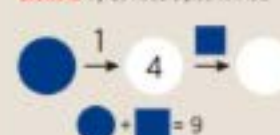
První úlohy řeší žáci metodou pokus-omyšl. V 7. díle se o metodě dozvíte více.

Úloha 1. Vyřeš hada.



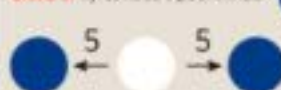
Lenka má na levici nalepenou číselnou osu. Pokožte prst na číslo 3 a „odkrádejte“ s ním po ose do čísla 8. Kroky počítala. Napočítala jich 5 a toto číslo napsala nad první šipku. Marek řeší nejprve číslo v kroužku. Napsal tam 5, zjistil, že to nevyhoví, pětku vymazal, napsal 6. Tentokrát to vyšlo.

Úloha 2. Vyřeš hada s podmínkou.



Zdeňka do modrého kroužku zapsala 3. To pak přepsala i do modrého čtverce a do posledního kruhu doplnila 7. Běhla to ukázat paní učitelce. Ta řekla, ať dá číslo i do podmínky. Zdeňka doplnila do kroužku i čtverce trojku. Pak šla k číslu 9 a napsala tam 6. Paní učitelka úlohu přepsala tak, že podmínku dala na začátek, a dříve řekla, ať začne podmínkou. Zdeňka napsala $4 + 5 = 9$ a počítala o hadu. Maruška. Pod jejím vedením pak úlohu vyřešila.

Úloha 3. Vyřeš hada s podmínkou. $8 + 8 = 16$



Radek vyřešil nejprve podmínku. Napsal $8 + 8 = 16$. Číslo přepsal do hada. Do prostředního kroužku doplnil 3 a běžel to ukázat paní učitelce. Ta jej pochválila a řekla, ať hledá další řešení. Radek úlohu přepsal i do podmínky napsal $10 + 6 = 16$. Číslo 10 a 6 přepsal do hada, do prostředního kroužku doplnil 5 a opět běžel za paní učitelkou. Cestou zjistil, že tam má chybu a k úloze se vrátil až doma. Žadne další řešení našel neuměl, tak počítal tátu, ať mu aspoň jedno další řešení ukáže. Ten mu řekl, že se na to večer podívá. Radek ale zkusil dál a po sobě přilohodil příběh. Že už to vyřešil. „Hele, tady a tady (ukazuje na modré kruhy v hadovi), to musí být stejny, protože to jede odtud (a ukazuje na prostřední kruh v hadovi), tam musí být 8 a 8 a šmytec.“ řeší s radostí.

3. a 4. ročník

Hadi umožňují zapisovat některé slovní úlohy.

Úloha 4. Do hada přepiš úlohu: „Myslím si číslo. Když jej vynásobím 2 a přičtu 5, dostanu 9. Které číslo si myslím?“ Pak úlohu vyřeš.

Karolína četla úlohu o myšleném čísle po kouskách a kreslila hada. Přecházela: „Myslím si číslo.“ a nakreslila kroužek. Přecházela: „Když je vynásobím 2.“ a nakreslila další kroužek, od prvního šipku ke druhému a nad šipku napsala $\cdot 2$. Četla: „Přičtu 5.“ a nakreslila další šipku s kroužkem a nad šipku napsala $+5$; přecházela: „Dostanu 9.“ a doplnila do posledního kroužku číslo 9. Její obrázek měl tento tvar:



Některé žáci zaslali spontánně pomocí hadů řešení úloh, jako je následující:

Úloha 5. V dobrou stroj bunda 700 Kč. Kolik stála v lednu, když od té doby její původní cenu snížili o třetinu a pak ještě o 300 Kč?

5. a 6. ročník

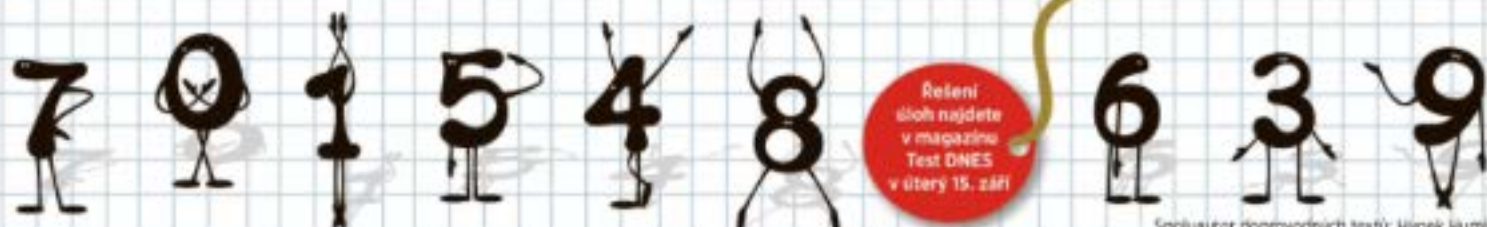
Prostředí hadů lze využít i na rozvoj funkčního myšlení a pochopení jazyka algebry.

Úloha 6. Když v hadovi na dalším obrázku položíme $x = 1$, zjistíme, že $y = 0$. Tato čísla jsou uvedena v prvním sloupci následující tabulky. Doplněte do tabulky scházející čísla



x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	21	31	100	101	175
y	0															

Úloha 7. Růž nakreslila hada a řekla, že jej umí doplnit čísla nad šipkami tak, že tento had dá stejnou tabulku jako had z úlohy 6. Umíte to také?



Řešení úloh najdete v magazínu Test DNES v úterý 15. září

Utekl vám začátek seriálu? Nevadí. Objednejte si předplatné na www.mfdnes.cz/matematika nebo na 225 555 522. V ceně je přístup do elektronické verze deníku, o žádné vydání tak nepřijedete.

Seriál Matematika, která baví

Matematika

Jak učit děti s radostí

7. díl

Václav Šrámek



plní učitel
Horního města
2. stupně na ZŠ
Bělohorská, Praha

V naší kultuře je zvykem, že chyba je něco bezohledného. V mnoha situacích si to sice pravdě, když se to týká například chyby při řešení nebo úhlednosti na předložku v bance. Ale ve výuce matematiky platí: Chyba, buď vůbec.

Chyba je významným nástrojem poznání. Nestačí chybu opravit. Je důležité chybu odhalit a poznat její příčinu. Pokud přivede žák chybou, učitel je v nevhodné situaci, aby žák měl možnost chybu objevit a v diskuzi poznat její příčinu. V důsledku pokračování produktivně. Prospěch Pavučiny, se kterým žáci pracují od konce 1. ročníku, dává žákovi mnoho zajímavých výpočtů, používá metodu pokus-omyšl. Tedy nejúčinnější rada, kterou může dítě dostat, je: „Tak něco zkouš.“ Dítě zvolí nějaké číslo, ale to je potřeba prověřit, zda je správným řešením. Jestliže není, volí další číslo a proces ověřování se opakuje. Někteří děti pokračují, dokud nepokouší a omyšl více, jiné brzy zkusí vzhledem k svým pokusům zvolit příslušné správné řešení.



Pavučiny

Od jednoduchých zákonitostí k rovnicím a posloupnostem

Pavučiny jsou strukturální prostředí. Děti zde pracují s čísly v abstraktní podobě a řešením promyšlených sítí úloh objevují zákonitosti. Získávají zkušenosti vztahující se k rovnicím a k porozumění obtížnějším pojmům aritmetiky, jakými jsou aritmetická posloupnost a aritmetická řada.



Vidíme zde čtyři kolečka, v jednom je číslo 6 a do tří prázdných koleček máme čísla doplnit. Dále je zde 1 žlutá šipka, 2 zelené a 1 červená a 1 vytečkovaná úsečka. Žlutá šipka značí „přičteš 1“. Do dolního kolečka tedy doplníme 7 ($6+1$). Zelená šipka říká „přičteš 2“. Do horního kolečka napíšeme 8 ($6+2$) a do pravého 9 ($6+3$). Červená šipka přičítá 3. Jen zkontrolujeme: $6+3=9$. Tečkovaná úsečka spojuje čísla 8 a 9. Doplníme tedy žlutou šipku od 8 k 9.

1. a 2. ročník

Úloha 1. Doplně čísla a šipky do pavučiny.



První pavučina: Z pravého kolečka vede zelená šipka, která přičítá 1, do čísla 6. Hledáme tedy číslo, ke kterému když přičteme 1, dostaneme 6. Doplníme 5. Některé děti odčítá ($5=6-1$). Některé každému dítěti jeho vlastní postup. V dolním levém kolečku musí být 8 ($6+2$ nebo $5+3$). V dolním

pravém kolečku je 7 (protože $7+1=8$, nebo $7=8-1$) a doplníme žlutou šipku směřující dolů od 5 k 7. **Po vyřešení druhé pavučiny** si někteří děti všimnou, že do pravého dolního čísla 12 mají dvě červené šipky a obě začínají ve stejném čísle, v 10. Je to první zkušenost se zákonitostí, že když ze dvou kroužků vedou dvě stejné barevné šipky do jednoho kroužku, tak v těch dvou kroužcích musí být stejné čísla. Chceme-li, aby žáci objevili, že je to zákonitost, které lze využít při řešení některých úloh, připravíme jim sítí dalších pavučin – první a třetí pavučina v úloze 2.

Úloha 2. Doplně čísla do pavučiny a k šipkám.



První pavučina: Žák řeší pokusem-omyšlem a volí například 6 do prostředního kroužku. Brzy ale zjistí, že pavučina nefunguje. Že zelené šipky nepřichítají stejné číslo. Tedy zvolí další číslo, například 8. Opět pavučina nefunguje. Když zvolí doprostřed číslo 9, pavučina dopadne, vpravo je 5, a zjistí, že je funguje.

Když si dítě zákonitosti nevšimne ani po několika dalších úlohách, které mu nabídneme, vůbec to nevadí, dítě pracovalo, hodně počítalo a získávalo vzhledem do situace. Treba na ni přijde pořadí nebo mu ji napoví jiný žák. Jen se zdá, že zákonitost sami prozradí. Když vidíme, že dítě uvedenou zákonitost již využívá k řešení, zeptáme se, co kdybychom v zadání změnili 5 na 3, nebo 1. Když dítě odpoví, že tam budou obě strany stejné čísla, přivedli jsme je ke skutečnému objevu zákonitosti, která je výše popsána. (Matematicky bychom ji mohli popsat takto: Jestliže pro reálná čísla x, y, z platí, že $x+z=y+z$, pak $x=y$.)

Dále ukážeme, jak děti získávají zkušenosti s řešením jednoduchých rovnic a s aritmetickou posloupností.

Úloha 3. Doplně.



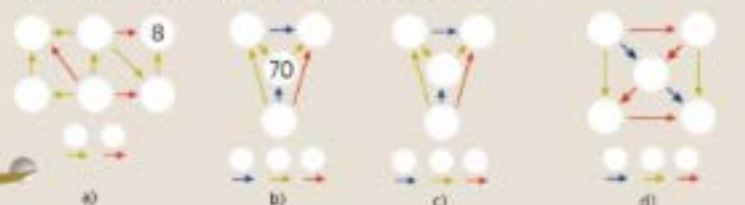
V první pavučině vidíme sítí tři modrých šipek. Dítě vidí, že z čísla 17 se dostane dvěma modrými šipkami do 19. Situace je tak výměnná, že je hned vidět, že vlevo je číslo 16. Modrá šipka tedy přičítá 1 a v pravém kroužku je 16. (Začneme to jazykem matematiky: $17+2a=19$, tedy $a=1$. Číslo m je to, které přičítá modrá šipka. Dále můžeme říci, že čísla 16, 17, 18 a 19 jsou čtyři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti, která roste po 1.)

Ve druhé pavučině je situace obdobná, jen trochu méně přehledná.

Ve třetí pavučině jsou tři žlutými šipkami spojena 4 čísla posloupností: 2, 9, 7, 11. Žák si ale říká: Z 2 do 11 se dostanu třemi žlutými šipkami. Ty přičtou dohromady 9, tedy jedno žluté šipka musí přičítat 3. V pavučinách si děti snadno zkontrolují, zda pavučina „funguje“ a případně si samy mohou najít chybu.

3. a 4. ročník

Úloha 4. Doplně pavučiny, když víš, že a) nejmenší číslo je 5; b) největší číslo je 100; c) součet nejmenšího a největšího je 11; d) součet všech pěti čísel je 15.



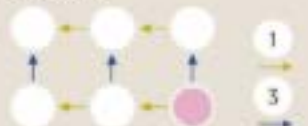
V úloze a) děti uvažují o pozici nejmenšího čísla pavučiny a argumentují, proč nejmenší číslo je pravo, že z kterého vlechny šipky vycházejí. Obdobně pro největší číslo v úloze b). Úlohy c) a d) jsou již obtížnější a vyžadují mnohé počítání. Matematicky by využit vztahů čísel v aritmetické posloupnosti a řešení by vedlo k rovnicím s dvěma neznámými. V c) je to $2x+y=11$, v d) $5x+4y=15$, kde x je dolní, resp. pravé dolní číslo v pavučině a číslo y přičítá žlutá, resp. červená šipka. Rovnice v c) má 2 řešení v přirozených číslech a rovnice v d) jedno.

5. a 6. ročník

Úlohou 5 otevřeme diskuzi dříve rovnic.

Úloha 5. Zvolí různé čísla tak, aby součet

- a) tří dolních čísel byl 30;
b) tří horních čísel byl 30;
c) všech šesti čísel byl 51.



Děti, které již umí pracovat s neznámými čísly pomocí x , si doplní x do různých koleček a dále doplní $x+1$ a $x+2$, a nahoru $x+3$, $x+4$ a $x+5$.

Samočřejmě děti neručíme do posbití písmen. Písmena začnou používat, až uvidí, že jim plněji zjednoduší.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 15. září

Matematika

Jak učit děti
s radostí

9. díl

Martina Hálová



lektorka H-mat,
učí na 1. 12. stupni
na FZS Benátský 8
př. Peřín-UK

Každý z nás se ještě někdy ve škole setkal se situací, kdy sklopil zrak a snažil se vypočítat úplně nespolehlivě, pokud na položenou otázku neměl odpověď, nebo si jen nebyl jistý správností své myšlenky. Strach z neuspěchu a pozdělení námi často uzavíral cestu k dalšímu uvažování. Tím, že nám strach zabíjela myšlenka, překláral nám radost a chuť do dalšího učení. Odstranění strachu z hodiny matematiky (a nejen matematiky), strachu z chyby nebo nedokonalých řešení se můžeme posunout mnohem dále při řešení problémů, při poznávání nových věcí. Rozpočetní postupy: volnější důvěry mezi učiteli a žáky je klíč k tomu, aby děti objevovat a učit se.

3. a 4. ročník

Na začátku třetího ročníku můžeme dětem nabídnout následující úlohy. Děti pracují se zlomky, pojmenovávají je, ale ještě nezapisují. Dříve se učí jím porozumět a pak až zapisovat.

Úloha 1. Polovina tyče je natřena na modro, čtvrtina na zeleno a zbytek na červeně. Jak dlouhá je modrá a jak červená část, když celá tyč měří a) 20, b) 60, c) 72 centimetrů?



Důležité zde je, že se děti seznamují s polovinou a čtvrtinou na jiném modelu, než jsou lentilky nebo pizza. Na obrázku vnímají, že dvě čtvrtiny jsou jako polovina. Když dáme dětem tyč nebo její obrázek, můžeme pracovat i s její skutečnou délkou a řešení mohou děti zkontrolovat, nebo ověřit měřením.

Úloha 2. Čtvrtina tyče je natřena na modro, zbytek na zeleno. Jak dlouhá je modrá část a jak celá tyč, když zelená část měří a) 30, b) 60, c) 45, d) 21, e) 42, f) 63 centimetrů?

V zadání úlohy se mluví jen o čtvrtině, ale žák pracuje se zelenou částí, což jsou tři čtvrtiny. Tedy známe délku tři čtvrtin. Když si dítě nakreslí obrázek tyče a vyznačí čtvrtiny, jednu z nich obarví na modro, uvidí, že zelená část má tři čtvrtiny, tedy danou délku rozdělí na tři stejné části, a tak dostává čtvrtinu.

Ve čtvrtém ročníku začínáme zlomky zapisovat čísly. Žáci řeší i úlohy, které řešili pisat starého Egypta. Ti uměli zapisovat jenom kmenové zlomky a například zlomek $\frac{2}{3}$ nevnímali jako část celku, ale jako jeden díl při dělení dvou chleba mezi tři podělníky. Chleby dělili tak, že každý dostal úplně stejné kusy, těch kusů bylo co nejmenší a byly různé. Nikdo neměl dva kusy stejné. Na obrázku vidíme, jak to dělali.



Tedy každý podělník dostává $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ chleba. Žáci řešením úlohy odhalí rovnost $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Podobně když dělí 3 chleby mezi 5 podělníků, nebo 2 chleby mezi 5 podělníků, odhalí žáci rovnost $\frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ a $\frac{2}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$.

Žáci se takto naučí rozkládat zlomky na součet kmenových zlomků. Sčítání a odčítání zlomků odhalí pomocí cokolady.

Úloha 3. Pomocí cokolady vypočítej a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$.

Čokoláda obsahuje 12 $\frac{1}{2}$ cokolady (je jeden řádek, tedy 4 $\frac{1}{2}$ cokolady je jeden sloupec, tedy 3 $\frac{1}{2}$ cokolady). Ale 1 $\frac{1}{2}$ = 7 $\frac{1}{4}$ cokolady. Tedy a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 7 \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = 3 \frac{1}{4}$.



Úloha 4. Čtverec na obrázku je rozdělen na 4 části. Obvod žlutého čtverce je 8 cm, obvod zeleného čtverce je 4 cm. Zjistí, jakou část obsahu celého čtverce je a) zelený čtverec, b) obdélník složený z modrého a zeleného pole, c) žlutý čtverec, d) modrý obdélník.



Žák si může obrázek překreslit na čtverečkový papír. Ví, že strana žlutého čtverce je 2 a zeleného 1. Nakreslí tedy čtverec 3 x 3 a rozdělí jej stejně jako na obrázku. Zbytek je již jednoduchý.

Úloha 5. Podobný obrázek jako je ten z úlohy 4, ale rozměry má jiné. Víme, že obvod bílého obdélníku je 16 cm a obvod obdélníku složeného z modrého obdélníku a zeleného čtverce je 20 cm. Dále víme, že obsah žlutého čtverce je $\frac{1}{4}$ obsahu celého čtverce. Zjistíte, jakou část celého čtverce je modrý obdélník.

Žák může použít metodu pokus-omyš. Protože bílý obdélník má obvod 16 cm, jsou jeho rozměry 1 x 7, nebo 2 x 6, nebo 3 x 5. Budeme tedy vyšetřovat tři uvedené případy.

5. a 6. ročník

V pátém ročníku ke sčítání zlomků používáme i ciferník.

Úloha 6. Vypočítej pomocí ciferníku a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Zlomek je nástroj na práci s částmi. Není to nástroj jediný. Druhý takový nástroj jsou desetinná čísla. To, že $\frac{1}{2} = 0,5$ a $\frac{1}{4} = 0,25$, znají již čtvrtáci. Teď přichází náročnější úlohy na propojení zlomků a desetinných čísel.

Úloha 7. Na číselné ose vyznač čísla 0, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$. Zjistí, do kterého z intervalů svého obrázku padne číslo:

- a) 0,1 a) 0,7
b) 0,2 b) 0,8
c) 0,3 c) 0,9
d) 0,4 d) 0,33
e) 0,5 e) 0,34
f) 0,6



Zlomky

Utváříme představu o zlomku
od části celku k číslu

Zlomky znali již staří Babyloni. Více než tisíc let používali jen zlomky kmenové, tj. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ...
Proto i my s těmito zlomky začínáme děti již od první třídy.

"Zlomky jsou
důležitou součástí
matematiky. Děti se
s nimi setkávají v
mnoha
situacích, se kterými
se setkávají i
dospělí."

např. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

Mateřská škola

I dítě předškolního věku běžně slyší, že maminka kupuje půlku chleba, že pojedeme čtvrt hodinu, že skončila první třetina zápasu. Hlubší porozumění těmto slovům dítě získá, když samo dělí lentilky nebo koláč mezi dva nebo i více kamarádů.

Lentilky dělí rozdělováním: "jedna tobě, jedna mně, jedna tobě...". Když je lentilek liché počet, dostane kamarád o jednu více. Zjistíme to, když lentilky seřadíme do dvou zástupů vedle sebe.

Koláč dělí dítě krájením. Jedno dítě krájí a druhé si jako první volí svoji polovinu. Při dělení koláče na čtvrtiny umí více předškoláků. S dělením koláče na třetiny je to složitější.

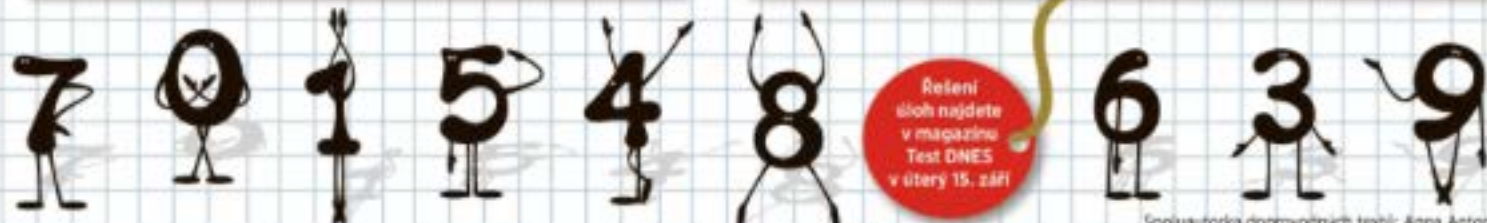
Zeptá-li se dítě rodiče, co je to pětina, řekneme mu, že když koláč spravedlivě rozdělíme mezi pět dětí, každý dostane jednu pětinu. Když se předškolák neptá, nic mu o zlomcích neříkáme, ani jej na tento jev neupozorňujeme. Snaha o předčasné vyučování dítěte může v jeho mysli vyvolat nechuť, ne-li odpor ke zlomkům.

1. a 2. ročník

Slova „rozdělit“ a „polovina“ jsou vstupní branou do světa zlomků. Najít střed proužku papíru je totiž, co rozdělí proužek na poloviny.

Každý žák dostane proužek papíru a tužku na něm vyznačí střed. Pak přeložením proužku zjistí, jak se myslí. Úloha mnoha žáků chápá jako výzvu naučit se najít střed. Ve svém vědomí tak propojují polovinu a střed, aritmetiku a geometrii.

Úloha o dělení zvířátek do tří stejně silných družstev dává žákům zkušenost se zlomkem třetina. O čtvrtině se mluví v souvislosti s hodinami, na konci druhého ročníku žák zjistuje, kolik dní je půlka června a kolik šestina června.



Matematika

Jak učit děti s radostí

11. díl

Jana Štečková



plavčík na vodě, uk
v Praze, sociálně
nastavil pro mě
a učitelce pro 1. tř., kterou
ta, takže neprošel marností

Novorozené přichází na svět vybaveno potřebou růstu. Tělesného i duševního. Už se chozí, už se mluví. Když to již umí, má potřebu rozvíjet schopnost myslet. Děti se mi chce pochubit tím, na co přišla ve škole. Jde to ztuhla, protože není lehké zformulovat myšlenku. Někdy bych to řekla za ni, neboť vím, co objevila. Ale odolám pokušení a podbouchám divně konstruované povídky. Nakonec se jí to povede a máme radost obě. Děti z toho, že jsem pochopila její povídky, je z jejího pokroku.



Pokladna

Mince

Číslo jako počet a jako hodnota

Prostředí mince dává dítěti zkušenost s rozdílem mezi počtem a hodnotou. Pět korun má větší hodnotu než tři koruny mince, kterých je více. Ilustruje to následující příběh. V obchodě dává máma prodáváče na dlaně dvě mince: korunovou a dvoukorunovou.

Rěka: „Tady jsou tři koruny“. Její syn sedící v nákupním vozíku protestuje. „Dvě!“ Moudrá máma vymění dvoukorunu a podává prodáváči tři korunové mince. Tentokrát je syn spokojen. Hoch zná číslo jako počet, ale zatím ne jako hodnotu.

Mateřská škola

Děti si ráda hrají na obchod. Já byla prodáváčka, ona kupující (nebo obráceně) a vedly jsme řeči, jaké dýky slyšela v obchodě. Po jisté době sama obohacila hru o peníze, které jsme si vyrábily. Později jsem musela vzt. opravdové mince. Děti pochopila, že když si v mém obchodě koupí tužku za 3 Kč, může dát dvě mince. Dokonce i to, že když mi dá dvě dvoukorunové, musím jí 1 Kč vrátit. A chtěla již platit i pětkorunou. Když již má dítě zkušenosti s jednokorunovými a dvoukorunovými mincemi, může řešit úlohu:

Úloha 1. (hra) Dvě hromádky mincí. Na první jsou tři jednokorunové mince a na druhé jsou dvě dvoukorunové mince. Jednu hromádku volí dítě, druhou dostane medvídek. Pak oba půjdou nakupovat do mámina obchodu. Tam je ke koupě i mléko za 4 Kč. Kdo si jej bude moci koupit?

1. a 2. ročník

Hra na obchod pokračuje. Kupující i prodávající jsou žáci. Mince jsou žetony různé hodnoty, odlišné barvy a velikosti. Když kupující pětkorunou platí gumu za 4 Kč, prodávající mu vrátí 1 Kč.

Úloha 2. Před dítětem je položeno 8 předmětů, u každého je cenovka (od 4 do 20 Kč). Vedle jsou průhledné sáčky s mincemi a žák má ke každé věci přičíst sáček s daným obsahem peněz.

Úloha 3. Na obrázku jsou tři děti a 7 mincí. Rozděli peníze spravedlivě.



Po prvních neúspěšných pokusech přidělí žák každému mince v hodnotě 5 korun a zůstane mu jedna jednokorunová a jedna dvoukorunová mince. Pak jej napadne změnit řetězkovou strategii. „Nebudu peníze rozdělovat, ale každému dám obnos 6 Kč.“

Úloha 4. Květa má několik pětkorunových mincí a jednu jednokorunovou minci. Sárka má 7 stejných mincí. Když dá Květa Sárce 1 Kč, budou mít obě dívky stejně. Kolik korun má Květa a kolik Sárka?

Viděla jsem dva žáky osmé třídy, jak se pokoušeli tuto úlohu řešit rovnícemi. Po několika neúspěšných pokusech vyřešili úlohu metodou pokus-omyšl. Spokojení nebyli, neboť: „My to nevyřešili, ale uhadli.“ Řekla jsem jim, že nevidím důvod neuznat metodu, která vede ke správnému výsledku. Asi to nevzáli.

3. a 4. ročník

V prostředí mince se objevují stále obtížnější úlohy, které rozvíjí i kombinatorické schopnosti dětí. Děti si prověřují i započítávání.

Úloha 5. Kolika různými způsoby zaplatíte 25 Kč pomocí
a) tří mincí b) čtyř mincí c) pěti mincí?

Úloha 6. Žluté lízátko stojí 3,60 Kč a červené 3,70 Kč. Dříve jsem si jána koupil žluté a odpovídne červené lízátka. Pokaždé zaplatil 4 Kč. Radim mu řekl, že kdyby si koupil obě lízátka najednou, 1 Kč by ušetřil. Má Radim pravdu?



5. a 6. ročník

Trojice úloh naznačí šíři matematických myšlenek, které v prostředí mince lze rozvíjet.

Úloha 7. Aleš má 3 mince: 10 Kč, 5 Kč, 2 Kč. Boris má čtyři jednokorunové mince a Cyril má jednu dvacetikorunovou minci. Holi vyhráli 99 Kč. Dostali dvě padesátkorunové mince a vnitřní 1 Kč. Jak si holi mince spravedlivě rozdělí?

Klíčem k řešení je otázka: Kolik bude mít nakonec Aleš, kolik Boris a kolik Cyril?

Kdybychom žákovi tuto otázku položili, tak jsme ze něj úlohu vlastně vyřešili.

Úloha 8. Na stole leží 75 Kč v 8 mincích. Tři z nich patří Evičce, zbytek Daně. Když Eva zvýší svůj majetek o třetinu a Dana svůj majetek sníží o čtvrtinu, budou mít dívky stejně. Které mince má Eva?

Úloha 9. Tomáš má několik pětkorun a 1 Kč. Ondřej má několik dvoukorunových mincí. Obě mají stejně peněz. Zjistěte, kolik mincí má Tomáš a kolik Ondřej, když víte, že dohromady mají
a) 4 mince b) 25 mincí c) 95 mincí.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 22. září

Matematika

Jak učit děti
s radostí

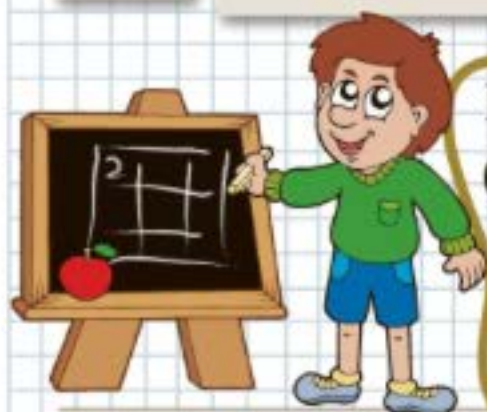
12. díl

Eva Šubrtová



historik a mat., uč.
na Křesťanské ZŠ
a MŠ Elise v Praze

Dítě je zvědavé a tvořivé. V jeho hlavě se rodí spousta myšlenek, jeho zkušenosti a poznatky se neustále formují, propojují a ztrácejí. Stejně jako neúspěšné pečeni chleba zvýšením teploty pece. I děti musí dle času, aby se v něm představy a myšlenky samy „dopekly“. Při řešení úloh si s ním tedy povídáme a kládeme otázky (co jí vytvoří, jak poznáš, že...?). Nepotíme se však proto, abychom získali příležitost mu to pěkně vysvětlit, ale abychom zjistili, co nám o tom dítě samo poví. Tím, že nám něco vysvětluje, je nuceno formulovat své myšlenky, a pokud se mu to napoprvé moc nedaří, bude se pokoušet svoje vysvětlení zprůhledňovat. Tím zprůhledňuje i prohlubuje i svoje myšlenky. Svého rodiče dítěti věci vysvětluje ve k oslabení potřeby dítěte víceméně porozumět. Dítě se tím nedostává ke skutečnému poznání, ale pouze k jeho potěše.



Násobilkové čtverce

Od násobilky k algebře

Prostředí násobilkových čtverců začíná již ve 2. ročníku. Je důležitý nejen pro operaci násobení, ale i pro přechod k algebře.

2. ročník

Úloha 1. Násobilkový čtverec na obrázku má čtyři rohová čísla (v žlutých polích) a čtyři středová čísla (v zelených polích).

2	5	3
4		15
2	10	5

a) Vysvětli, jak ze čtyř rohových čísel můžeme najít všechna středová čísla.

b) Vysvětli, jak ze čtyř středových čísel můžeme najít všechna rohová čísla.

Úlohu a) vyřeší žáci snadno. Trochu náročnější je úloha b), protože zde nejde o jednoduché násobení, ale o rozklad čísla na součin. Někdy hned na první pokus žák správně rozloží horní číslo 6 na 2×3 a zbytek již jde lehce. Někdy se to povede až na druhý pokus.

Úloha 2. Doplníš scházející čísla.

a)	b)	c)																											
<table><tr><td>2</td><td></td><td>4</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td><td>3</td></tr></table>	2		4				3		3	<table><tr><td></td><td>10</td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td><td>1</td></tr></table>		10	5				5		1	<table><tr><td></td><td>10</td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>		10		4		5			
2		4																											
3		3																											
	10	5																											
5		1																											
	10																												
4		5																											

Horní řádek náročnější úlohy c) je stejný jako u čtverce z úlohy b). To napoví řešení. Všechny úlohy, které jsme zatím řešili, měly vždy jediné řešení. Následující úloha jich bude mít více.

Úloha 3. Vytvoř si násobilkový čtverec. Všechna čtyři středová čísla jsou stejná: 6. Najdi všechna rohová čísla.

Když horní levé rohové číslo žák zvolí 1 (2, 3, nebo 6), lehce dopočítá zbylé tři rohová čísla. Na papíře teď leží čtyři řešení a žák se ptá, zda ta dvě, ve kterých máme dvě jedničky a dvě šestky, jsou různá, nebo stejná. Odpovíme, že je na něm, jak si to zvolí. Když se rozhodne považovat je za stejná, protože jedno je jen pokračování druhého, bude úloha mít jen 2 řešení. V opačném případě bude mít řešení 4.

3. a 4. ročník

Úloha 4. V násobilkovém čtverci je horní středové číslo 18. Další dvě středová čísla jsou 27 a 81. Najdi čtvrté středové číslo a doplň rohová čísla. Hledej více řešení.

Náročná úloha. Žák nejprve zjistí, že dolní středové číslo musí být buď 27, nebo 81. Když je dolní středové číslo 27 a pravé středové je 81, tak levé středové vychází 6. Ted má úloha 2 řešení. Když je dolní středové číslo 81 a pravé středové je 27, tak levé středové vychází 54. Ted má úloha 3 řešení.

Úloha 5. Doplň číslo v modrém rohu tak, aby součet všech čtyř středových čísel byl a) 9, b) 12, c) 15, d) 21, e) 30, f) 54.

1		
1		2

Začínáme pomocí série úloh odhalovat hlubší zákonitosti tohoto prostředí. Do pravého horního rohu žák postupně dosadí čísla 1, 2, 3... a odhalí vztah mezi dosazeným číslem a součtem čtyř středových čísel.

Úloha 6. Ve čtverci z úlohy 5 změň horní číslo 1 na 2. Když do modrého pole doplníš 1 a najdeš čísla středová, bude jejich součet 8. To je v prvním sloupci tabulky. Doplň tabulku:

číslo v modrém poli	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	25	50
součet středových čísel	8												

Úloha 7. Ve čtverci z úlohy 5 změň číslo 2 na 3. Pro tento čtverec vytvoř stejnou tabulku jako v úloze 6. Obě tabulky porovnej.

To, že jsou obě tabulky stejné, musí mít nějakou příčinu. Potřeba žák odhalit toto tajemství je hlavním cílem úlohy 7. Nápodobou k hledání tajemství je následující úloha.

Úloha 8. Čtverce zkoumané v úlohách 6 a 7 vedou ke stejné tabulce. Najdi ještě jiné čtverce (v dolním levém poli je 1, do horního levého a dolního pravého čtverce dáš vhodná čísla), který povede ke stejné tabulce.

5. a 6. ročník

Čísla v násobilkovém čtverci označíme písmeny tak, jak vidíme na obrázku. Hledáme dva klíčové vztahy:

d	G	c
H		F
a	E	b

1) jak ze znalosti čísel E, F, G najít číslo H,

2) jak ze znalosti čísel a, b, c, d rychle najít číslo $E = F + G + H$.

Vím o žákovi druhého ročníku, který přinesl do třídy klíčový vztah 2). Získal jej od rodiče. V domnění, že dělá synovi dobře, ublížil mu. Podobně, jako kdyby za něj snědl čokoládu. Ochudil dítě o radost z objevu, nebo z podílení se na společném objevu se spolužáky.

Úloha 9. Najdi H a F, když znáš $E = 1$ a a) $G = 4$; b) $G = 20$. Hledej všechna řešení.

Úloha 10. Najdi H a F, když znáš a) $E = 4$, $G = 5$; b) $E = 16$, $G = 27$. Hledej všechna řešení.

Žáci, kteří vyřeší poslední úlohu 10b), již asi odhalili klíčový vztah 1). Vztah znají, ale zatím neví, proč platí. K tomu jim pomůže algebra a v šestém ročníku tato úloha:

Úloha 11. Najdi vztah, kterým jsou vázána středová čísla E, F, G, H. Vztah dokaž.

Poslední úloha ukazuje cestu k odhalení klíčového vztahu 2).

Úloha 12. Najdi přirozená čísla tak aby součet $E + F + G + H$ byl a) 10, b) 14, c) 22, d) 26, e) 12, f) 60, g) 120.

Hledej více řešení.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
22. 9. 2015

Autorka úloh: Anna Sukniak

Matematika

Jak učit děti
s radostí

13. díl

Sítě krychle

zobrazení pláště těles
do 2D geometrie



Raden Krpec

vedoucí Katedry matematiky a didaktiky Pedagogické fakulty OU
v Olomouci, lektor regionálního projektu pro 1. a 2. stupeň ZŠ

Od dvou do pěti učil jsem děti obrovské pokusy v jazyce. Od
stručných oznámění a žádostí, kterými často rozumí jen málo, přes
nepřehledné novotvary jako omítání mne (* vyhlí na mne směle) až k
tvorbě složených souvětí. Rodič máže tento rozvoj urychlit, často a
hlavou komunikací s dítětem. Například si hráme na dohled a kadeřáček, které
jme v obchodě vystelí. Když se dítě zastaví: „Táto, a proč máš ocač?“ vyjádřím
dostupně, aby mu něco o jasu a jeho ocač řekl. Otázka vykládá a dítě nevedoucí začne
povídat samo. Když obě sleduje stále dítě nete, pochopí, že dítě má potřebu mluvit
a přeměnit mu řeč. Se zájmem mu naslouchá. Dítě samo pak hlí rozhovor, protože ono
nejde dítě, kdy má potřebu poslechnout a kdy mluvit. Přiroda tuto potřebu hlí tak, aby
rozvoj dítěte byl optimální. V tomto díle představíme dvě prostředí. To geometrické je
přátelivé k divákovi, abychom jím pomohli vytvořit náhodu, který získá holi tím, že si
více hráje se stavebnicemi a kockami.

Mateřská škola

Když z větší krabice odstraníme
horní stěnu, vznikne pokojík pro panenku.
Když odstraníme ještě další stěnu, vznikne
jeviště. Když chceme pokojík nebo jeviště
složit, rozstříháme krabici podél hran tak, aby ji bylo možné rozložit do roviny.
Tento rovinný útvar nazýváme **střih** na pokojík/jeviště. Další den pak
ze střihu opět sestavíme pokojík/jeviště tak, že dáme stěny do
původní polohy a slepíme je lepicí páskou. Dítě vidí rozložení
prostorového tvaru do roviny a jeho opětovné vytvoření. Dítě si
může takto samo hrát s krabickami naplňovanými od ledu. Pozorně mu
nasloucháme, když má potřebu něco nám o nabytých zkušenostech
řct, nebo něco ukázat.



1. a 2. ročník

Žák dostane krychli, několik stejných plastových čtverců velikosti stěny krychle
a přilepky. Jímž lze plastové čtverce slepovat.

Úloha 1. Vytvoř střih pro a) jeviště, b) pokojík. Svůj střih proveď.

Úloha 2. Nabídky šesti papírových tvarů vyber střih na šaty pro panenku krychli.

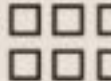


Julínka vzala první z nabízených tvarů, na krajní čtverec položila krychli a začala ji balit. Přítel
stěn dobře obalila, ale ta šestá nešla. Položila tedy krychli na jiný čtverec a opět balila. Ani
tentokrát ji to nevyšlo. Po čtvrtém nezdaru se ptala kamarádky, která se o totož marně
pokoušela. Obě dívky pak šly paní učitelce řct, „že se to nedá“. Ta jim řekla, ať tedy zkouší
jiný papírový tvar. Dívky vzaly kříž a oběma se povedlo obléct do tohoto tvaru
krychli. Zjistily, že kříž je dobrý střih na šaty pro panenku krychli.

3. a 4. ročník

Žáci už vědí, že se dá vytvořit střih krychle, aby zůstal vcelku a dal se rozložit do roviny.
Takovému střihu říkáme **střih krychle**. Přecházíme od metaforického jazyka k matematickému.
Paní Krychli nahraďujeme pojmem krychle, šaty pak pro panenku krychli nazýváme hrany.

Úloha 3. Spoj šest
čtverců a vytvoř síť
krychle.



Žáci nacházejí další
a další sítě, některé opakovaně.
Učitel může zřdit na nástěnku
kousek sítě krychle. Nakonec je zde
11 různých sítí a žáci nabudou
přesvědčení, že více jich najít nelze.

Úloha 4. V síti krychle:

- vybarvíte prostřední stěny
stejnou barvou,
- obtáhneme strany čtverců tak,
aby stejné hrany byly stejnou
barvou,
- společné vrcholy krychle vybarvíte stejnou barvou.

Žáci si uvědomují umístění stěn, hran a vrcholů
v její síti.



5. a 6. ročník

Žáci již vědí, že existují sítě stejné krychle, které mají různý tvar.

Úloha 5. Najdi co nejvíce sítí krychle.

Žáci hledají argumentace, zda již mají všech 11 možností, či nikoli. Jelikož jsou již žáci
dobře obeznámeni se sítí krychle, přejdeme ke složitějším sítím, například sítím kvádrů, hranolu
nebo jehlanu.

Úloha 6. Narýsuj síť kvádra s rozměry hran 3 cm, 2 cm a 4 cm.



Stovková tabulka

Od vztahů mezi čísly v tabulce
k porozumění desítkové soustavě

Děti se už od předškolního věku setkávají s různými typy
tabulek, ve kterých se učí orientovat. Náročným předchůdcem
stovkové tabulky je kalendář. Na obrázku je kalendář měsíce
září 2015.

ZÁŘÍ 2015						
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Úloha 1: Prohlédni si tabulku kalendáře
září 2015. Představ si, že šachový kůň
stojí na čísle 17. Uň, na která políčka se
můžeš jedním skokem dostat, pokud se
budeš koněm pohybovat jako při hře
šachu.

Úloha 2: Horní stranu z kalendáře nemáme
k dispozici, ale přesto dokážeme napsat, co je
v kalendáři nad, pod, vlevo i vpravo od pátku
18. Doplni to.



3. a 4. ročník

Existují dvě stovkové tabulky. Ta, která
je zde na obrázku, a ta, která začíná číslem
0 a končí číslem 99. Řešení následující
úlohy je stejné v obou tabulkách.

Úloha 3: Zvolím dvě sousední čísla tabulky.
Například 74 a 75 nebo 42 a 52. Součet
těchto čísel řeknu Matějkovi. On mi ihned
řekne, zda jsou moje čísla vedle sebe, nebo
pod sebou. Jak to Matěj zjistí?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Pro rozvíjení orientace v tabulce,
uvědomění si vztahů mezi čísly v řádcích
a sloupcích, můžeme posílit cestování po
stovkové tabulce. Přitom procvičujeme
operace sčítání, odčítání, popř. zaokrouhlo-
vání. Ve stovkové tabulce se můžeme pohybovat doleva, doprava, nahoru a dolů vždy
o jedno pole.

Například: $35 \rightarrow 36 \rightarrow 26 \leftarrow 25$ je zápis jedné cesty délky 4. Součet čtyř čísel této cesty
zapišme $35 + 36 + 26 + 25$ nebo stručně $5(35 \rightarrow 36 \leftarrow 26 \leftarrow 25)$. Součet je $35 + 36 + 26 + 25 = 122$.

Úloha 4: Najdi všechny cesty délky 4 začínající v čísle 24 a končící v čísle 36. Urči jejich
součty a zaokrouhli je na desítky.

5. a 6. ročník

Žádná se otevřít svět algebry.
Používáme písmena a pomocí nich
dokazujeme tvrzení. Cestu $41 \rightarrow 31$
zapišme též $n \rightarrow n-10$, kde $n = 41$. Cestu
 $24 \rightarrow 25 \rightarrow 75$ zapišme též $n \rightarrow n+1$,
kde $n = 24$.

Úloha 5: Najdi n , pro které je
hodnota výrazu $5(n \rightarrow n+1) - 5(n \rightarrow n)$
a) neznámá, b) nevíteš.

Úloha 6: Najdi všechna n , pro
která je číslo a) $5(n \rightarrow n+1)$, b) $5(n \rightarrow n+1)$
odlišné číslem 3 bez zbytku.



**Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
22. 9. 2015**

Matematika

Jak učit děti
s radostí

14. díl

Jana Havelková



Lektorka a tutorka
v H-mat, spoluautor-
ka učebnic pro
2. stupeň

Dva lidé nakreslili dům. Obrázky se lišily. Jeden dům byl příměří, druhý dvoupatrový. K podobné situaci dochází i ve škole. Mluví se třeba o čísle a jeden žák v tom vidí čísla 2, 3, 4, jiný si představuje velká čísla, jiný zlomky a další i čísla záporná. Taková situace může vést k nedorozumění. Nežadka se představuje v hlavě dítěte lépe od představy v hlavě učitele či rodiče. Ten pak často nevhodně zamění představu dítěte, která je svým způsobem zprávná, jako chybnou. Až bychom snížili nebezpečí nedorozumění, snažme se „zviditelnit“ myšlenkové pochody dítěte. Myšlenku dítěte neopomínejme, ale začneme vysvětlení. Pozorně nasloucháme a snažíme se pochopit, jak věci vidí dítě. Radost dítěte ze vzájemného porozumění je nám odměnou za naši trpělivost. První z prostředků – dřívka – je rozvíjeno v mladším věku (MŠ a 1. a 2. ročník). Algebrogramy přicházejí až ve třetím ročníku.

Dřívka

Hrou se dřívky
poznáváme geometrii.

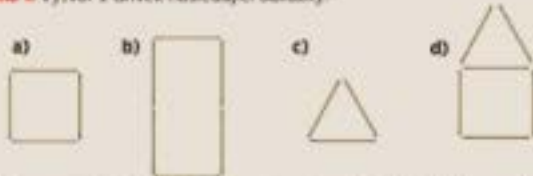
Obrázce ze dřevek připomínají sírkové
hlevolamy. Sírkové jsou nahrazeny dřev-
nými tyčinkami (někdy i barevnými).
Hry se dřívky rozvíjejí jemnou motoriku
a dávají prostor dětské fantazii. Vytvory
dítěte často obsahují geometrické
obrázce – čtverec, obdélník, trojúhelník.



Mateřská škola

Paní učitelka má na stoleku hromadu dřevěk a žádá děti, aby si každý
udělal na lavičce čtverec. Mareček běží ke stoleku, vezme tři dřívka a běží do
lavice. Tam zjistí, že mu jedno dřívko schází. Dobáhne si pro dřívko a čtverec
vytvoří. Tato zkušenost v budoucnu Markovi pomůže lépe pochopit, že obvod
čtverce je 4a.

Úloha 1. Vytvoř z dřevěk následující obrázky:



Děti (s pomocí paní učitelky) obrázce pojmenují, některé řeknou, z kolika
dřevěk jsou sestaveny. Pořádějí již postavi čtverec, obdélník i trojúhelník bez
předlohy.

1. a 2. ročník

Žáci vytvářejí obrázce podle vzorů. Přidáváním, ubíráním, přemísťováním dřevěk
z nich tvoří jiné obrázce. Rozvíjí se tak jak geometrické, tak i kombinatorické
schopnosti. Budují se pojmy obsah, obvod, pracuje se se zlomky jako částmi celku.

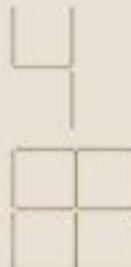
Úloha 2.

Přeložením jednoho
dřívka změň na čtverec.

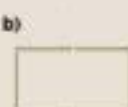
Přidej jedno dřívko
a udělej dva čtverce.

Přilož tři dřívka a vytvoř tři
nové trojúhelníky.

a)



b)



c)



d) Odeber 2 dřívka, aby zůstaly jen 3 čtverce.

e) Odeber 4 dřívka, aby zůstaly jen dva čtverce.

Úloha 3.

a) Rozděl čtverec
dvěma dřívky na
polovinu.
b) Vyznač dvěma
dřívky čtvrtinu
čtverce.



c) Odděl
v obdélníku
jedním dřívkem
třetinu.



Algebrogramy a Hvězdičkogramy

Šiframi k porozumění desítkové soustavě.

Algebrogramy budují porozumění desítkové soustavě a umožňují odhalovat hlubší souvislosti
aritmetiky. Rozvíjejí i kombinatorické myšlení a schopnost argumentace. Algebrogramy patří
mezi nejnáročnější úlohy, se kterými se žák na 1. stupni setká. Připomínají hry.
Když ve vztech $26 + 6 = 32$ zašifrujeme číslice 2 a 6 písmeny A a B, dostaneme algebrogram
 $AB + B = 32$. Za stejná písmena dosazujeme stejné číslice, za různá písmena různé číslice.
První číslice dvojmístného a vicemístného čísla nesmí být nula. **Vyřešit algebrogram** znamená
najít číslice, které se za písmeny skrývají, a najít všechna řešení. Náš algebrogram má dvě
řešení $AB = 26$ a $AB = 31$, neboť $31 + 1 = 32$. Hledání řešení vede k mnohým výpočtům, které
žáci nepociťují jako nuda. Algebrogramy lze řešit metodou pokus - omyl, protože každé
písmeno může nabývat nejvýše deseti hodnot: 0, 1, ..., 9. Hvězdičkogramy používají k označení
číslíc pouze hvězdičky. Například, když máme vnitřní neposedy 3, 5 a 6 do výpočtu $^{**+*} = 210$,
budeme zkoušet 563, nebo 635, nebo 356. Poslední pokus se zdaří, máme výsledek.

3. a 4. ročník

Většina úloh je gradovaná. To značí, že obsahuje podúlohy a), b), c), ...
s rostoucí náročností. To umožní každému dítěti najít si přiměřenou úlohu.
Nejlehčí jsou algebrogramy, ve kterých je jen jedno písmeno.

Úloha 4. Vyřeš algebrogramy:

a) $AA = 30 + A$ b) $BB = 50 + B$ c) $CC + C = 24$ d) $DD + D + D = 65$ e) $EE + E + E = 39$
f) $AA = A + A$ g) $BB = B + B + B$ h) $CC = C + C + C + C$

Úloha 5. Vyřeš algebrogramy. Najdi všechna řešení:

a) AB b) AA c) AB d) AB
 $\begin{array}{r} +BA \\ \hline AAC \end{array}$ $\begin{array}{r} +BB \\ \hline BBC \end{array}$ $\begin{array}{r} +AB \\ \hline BC \end{array}$ $\begin{array}{r} +ABB \\ \hline BCC \end{array}$

Úloha 6. Vyřeš algebrogramy. Najdi všechna řešení:

a) $A \cdot A = B$ b) $C \cdot C = D + D$ c) $E \cdot E + E = DD - D$

Úloha 7. Vyřeš algebrogramy na dělení se zbytkem:

a) $AA : 2 = B(A)$ b) $AA : 4 = B(A)$ c) $AA : 5 = B(A)$ d) $AA : 6 = B(A)$ e) $AA : B = B(A)$

5. a 6. ročník

Objevují se úlohy zaměřené na mocniny, rovnice, výrazy, dělitelnost, racionální čísla.

Úloha 8. Vyřeš algebrogramy:

a) $A \cdot A \cdot A = B$ b) $A \cdot A \cdot A = BB$ c) $A \cdot A \cdot A = AB$ d) $ABC = CCC$
e) $ABA = CCC$ f) $AB \cdot AB = CAB$ g) $AAAB = B \cdot B \cdot B \cdot B$

Úloha 9. Vyřeš algebrogramy:

a) $(A + A) \cdot A : A = A$ b) $(BB \cdot B) : B = AB$ c) $AB : A = CC(C)$

Úloha 10. Vyřeš algebrogram $KL + L = 28$ v případě, že číslice L je a) sudá, b) lichá.

Úloha 11. Vyřešte algebrogramy:

a) $37 \cdot A = B(2)$ b) $37 \cdot C = D(1)$ c) $37 \cdot E = F(5)$ d) $37 \cdot G = H(7)$

Úloha 12. Aleš vyřešil všechny algebrogramy a říká spolužákům: „Vyřešte algebrogram
 $AB_n = B(A)$ pro každé přirozené číslo n větší než jedna.“ Dokážete to také?

Úloha 13. Řešte hvězdičkogramy, v nichž každá * je nenulová číslice:

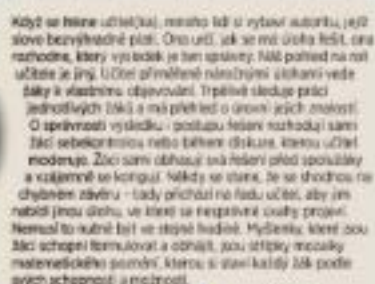
a) $\frac{**}{*} = 0,^*$ Najděte všech 8 řešení. b) $\frac{**}{*} = 0,^{**}$ Najděte všechna 4 řešení.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
22. 9. 2015

Jak učit děti s radostí

15. díl





Kombinatorika & pravděpodobnost


Učíme se systematické práci



Mateřská škola


 Děti mají rády stavebnice, a oblibou kladají různé vzory a mozaiky. Staví různobarevné věže z kostek nebo třeba kombinací obou pro panenky. Chlapci a děvčata tak přirozeně zjistí, že se stejnou počtu stavebních dílů mohou postavit nepřeberně množství staveb, že ze stejné sady obličejů a doplňků pro panenky ji mohou přizpůsobit na různé příležitosti třeba jen změnou bot a oděvu.

 Nejde nám o to, aby děti počítaly, kolik různých možností mají, ale aby si užily hru, rozvíjely svou kreativitu a hledaly různé možnosti. Stavíme si s dětmi, pobízíme je k záměrným různým díkům ve stavebnicích, ke kombinování odlišných prvků.

 Vystříhnete tři trička (např. bílé, žluté a červené) a dvojce kalhoty (hnědé a modré). Dítě vyzvěte, aby zjistilo, jak může kombinovat jednotlivé kusky oblečení. V pondělí si vezme do školy modré kalhoty a bílé tričko. Co si obleče další den, aby bylo jinak ušitější. Každá dvě může být dokonce jinak oblečená.



Zahrajeme si ruhu na bytového architekta, který má k dispozici parkety určitého typu a má s nimi pokrytí danou podlahu. Úkol zkouší, jak možnosti položení má, jaké různé vzory může z parket vytvořit. Pro tvorstu dalších úkolů můžeme měnit barvy parket, jejich tvar, můžeme zvyšovat počet barev nebo počet použitých tvarů. Úkoly ztížíme nějakou podmínkou, například že stejné barvy parket se mohou dotýkat jen různě.

 Hra na obkresovanie vyžaduje niekoľko číselnú dvojicu barev - každé číslo (málo ich môžete použiť i dva druhy peroxid) a nechíte dlhé skúšky rôznych vzorov. Ty máte zakresovať na číselníkovaný papier a porovnávať, ako se nájdú: www.mamami.sk

1. a 2. ročník

 Hledání různých možností přenášíme do reálného života. Děti s námi chodí nakupovat a rády za nákup platí. To využijeme k výcvik.

Úloha 1. Čokoláda stojí 24 Kč. V peněžence máte pouze pětkoruny a dvakoruny. Kolika způsoby můžete čokoládu zaplatit? Své řešení zapíšte do tabulky (počet mincí můžete zaznamenat pomocí čísel nebo čárek).


Čísťka	mince	způsoby platby					celkem způsoby
		1	2	3	4	5	
24 Kč	2 Kč	///					
	5 Kč	////					

Úloha 2. Kolika způsoby můžeš zaplatit stejnou čokoládou, když máš v peněžence navíc ještě desetikorunu? Vyřeš si a dopiš podobnou tabulku, jako je v úloze 1.

Úloha 3. Hleděj různé možnosti, jak zaplácit dvě stejné čokolády, když máš v peněžence všechny druhy českých mincí.

3. a 4. ročník

5 děmi si zahrajeme hru „panna nebo orel“ a necháme je tipovat, co padne čísel. Výsledky si můžeme poměrně dobře a zkusit, zda některá strana mince padne čísel. Podobně můžeme házet hrací kostkou.

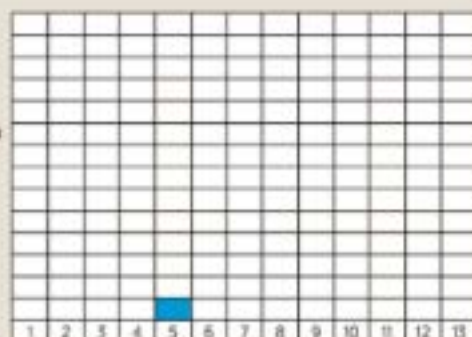
 Házění mincemi nebo kostkou je velice důležité jako příprava na témata pravděpodobnosti a statistika. Až na tato témata přijde řada ve škole. Byla už „dřít“ příliš velice na manipulační činnost a často nemá čas ani chut provést skutečný pokus s mincí nebo kostkou? Bez těchto zkušeností si tak pravděpodobnost nezažije.

Úloha 4. Házejte hrací kostkou. Hod desetkrát a zaznamenejte hozená čísla. Kolikrát padlo sudé a kolikrát liché číslo? Polokrát v házení a udělej 50, 100, 200 pokusů. Bude častěji padat sudé, nebo liché číslo? Je to jen náhoda?

Úloha 5. Ze záznamů k předchozí úloze urči, zda patří častěji číslo, které je násobkem 3!i, nebo jiné číslo.

Úloha 6. Hod dvěma kostkami a sečti počet ok. V tabulce vyplň políčko nad příslušným číslem. Když hodíš 1 a 4, součet je 5, tak vybarvíš políčko nad pětkou.

Odhadni, jak bude tabuška vybarvená po 100 hodech a správnost svého odhadu ověř s několika kamarády.



Úloha 2.

- U kterých čísel v tabulce je sloupec nejvyšší?
- U kterých čísel v tabulce je sloupec nejnižší?
- Jsou předchozí výsledky zcela nahodilí?

5. a 6. ročník

Úloha 8. Když jsem přišla na návštěvu ke kamarádce Denise, namočily jsme se rozhodnout, kam se půjdeme projít. Plánek čtvrti, ve které Denise bydlí, je na obrázku. Dohodily jsme se, že na každé křižovatce hodíme minci. Když padne panva (p), odbočíme na křižovatce vpravo, a pokud padne orl (o), ujdeme se vlevo.

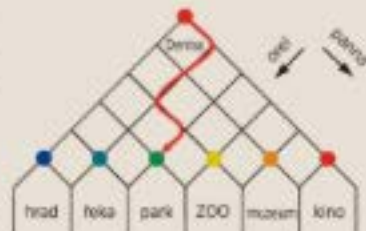
První den nám padla p. o. o. p. o.
a dolly jsme do práce.

a) Kam dojdeme, pokiaľ nám padne: o, p, p, p, o?
b) Co musime hodiť, aby som došli k fene?
c) Takto sme chodili dva týždne, každý deň jedno

Udělaj také 14 procházek a do tabulky zaznamenávej, kam dojdeš.

oř	trd	leka	park	zoo	muzem	kino
kolikrát byl navštíven						

d) Je nějaká místa, kam zavítáme častěji? Pokud ano, tak proč?



Rešeni
oh najdete
magazine
Test DINES
tery 6. filma

Matematika

Jak učit děti s radostí

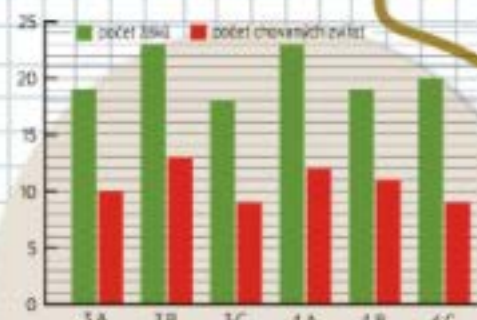
16. díl



Dorothy Zimmerman

Vyučuje matematika
na Pedagog. fakultě OÚ
v Ostrově, lektoruje
Hejhalovu metodu
na 1. stupni ZŠ.

Když parta kamienků přijde do posilovny, není divu, že každý z nich posílá s jinou záležitostí. Protože každý je jinak fyzicky vytrvalý. Přestože obě na stolem přehrávají, jeden posílá s 20 kg a jiný s 50 kg. Měli by sile rozdíl posilování i 35 kg! Podobně je to při nástoje dle do prvního ročníku – každý přichází s odlišným předchozím zkušenostmi i potencionálním zájmem naprosto. Pokud učitel zadržívá velmi stejné úlohy, velkou část žáků odhodí. Někdy na úlohy prostě nestačí, pro jiné je řešení snadnější a jiné zase náročnější a nepříjemnější. Radost z řešení úloh nemá náhodou i těch, kteří přitom tisknou je klávesnicí a počítačem.



Práce s daty

Tabulky, grafy,
statistika i náhoda

Mateřská škola

Už když dítě hraje bláznivě hry jako pesko nebo Černého Petra, učí se porovnávat, přiznávat a třídit. Když potom třídí hračky podle nějakých pravidel, zlepšuje schopnost organizovat svou hru.

Na obrázku vidíme pomůcku Pavly Folechové – sadu jednobarevných obrázků zvířátek. Dítě ukládá obrázky a tvoří různé vzory. Například dá k sobě všechny červené nebo všechny psy. Nebo dá k sobě psovi a kočku. Nebo zelenými zvířátky vyplní celý řádek a psyky only sloupce. Tak objeví důležité dvojrozměrné uspořádání: v jednom směru stejné barvy, ve druhém stejná zvířátka.



• Dítě, které rádo hraje stolní hry, například „Člověče, neprobí se“, můžeme motivovat otázkou: „Které číslo padá nejčastěji?“ Prozkoumáme to experimentem. Na papír napíšeme čísla od 1 do 6 a dítě hodí kostkou, padne třeba 4, a tak na číslo 4 položí dítě nějaké víčko. V dalším hodu padne třeba 1 a dítě položí další víčko na číslo 1. Po 10 hodech bude například na čísle 5 sloupec tří víček, ale na čísle 6 nebude ani jedno. Tak vzniká první histogram. Když ale během dvou dnů uděláme sto hodů, začnou se sloupce vyrovnávat. Dítě získává první zkušenost s pravděpodobností.



1. a 2. ročník


* Tabulky jsou v běžném životě všude kolem nás. V prostředí Autobus (viz 2. díl) děti tabulku objeví. Přijdou na to, že je to velmi efektivní způsob zápisu. Už od 1. ročníku tak děti vytváří tabulky a zjišťují z nich odpovědi na různé otázky.

Ullrich T.

Do tabuľky napíš, koľko je detí:



K úloze pokládáme doplňující otázky jako například: Kolik je na obrázku všech zelených symbolů? Kolik číverečků? Kolik modrých hvězdiček? Náster dítě zde počítá symboly. To dítě, které k odpovědi použije tabulku, dokáže již tento náster zájemem využívat.

 Občérná je hra na slova. Je dlna galerie objektů. Například jména: Adam, Anne, Emil, Eva. Slova (jedná se žáků) na jedno jméno myslí. Spolužáci mají jméno uhadnout. Na jejich otázky Sova odpovídá jen ANO, nebo NE. Počet mien může být výrazně větší. Msto mien mohou být například předměta, občérné nebo čísla.

Úloha 2: Sova myslí na jedno z čísel 2, 6, 7, 9, 12, 13, 14, 15. Spolužáci se ptají: Sova odpovídá: Je dvojciferné? NE. Je sudé? ANO. Je menší než 5? NE. Je větší než 5? ANO.

a) Na které číslo Sova myslí?
b) Která otázka byla zbytečná?

 Při tvorbě Sova se dělí mimo jiné úči formulovat otázky, používat přesné termíny a vzájemně si nadávat.

3. a 4. ročník

 Zkoumání náhody, které jsme dělali na úrovni MŠ, učíme tentokrát se dvěma hracími kostkami

Übersatz 1. *Häufigkeit der*

Když třída uvidí přes dvě stě hodů, začne vidět, že nejčastější je součet 7 a součty 2 a 12 padnou jen výjimečně. Vidí, že tabulka je „symetrická“! U vysvětlení těchto jevů se pokusí předejítmy sločkou žáci. Argumentují tím, že číslo 2 získáme jedním způsobem jako 1+1, ale číslo 7 můžeme získat až 6 způsoby: 1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1. Námětka, že 3+4 a 4+3 je vlastně jen jedna možnost, vyvolá plodnou diskusi. Učitel od ní nezávisle. Žáci sami po jiné době námětka vyvrátí.

 Dilektaş'ın en büyük özelliği ise dış görünüşü.

Q1014-4

Žáci (zeleň) soupejí i počet zvířat, která žáci této třídy chovají (červený soupeř). Odpověz na tyto otázky:

- Je více žáků ve 3. třídě nebo ve 4. třídě?
- Jsou 3. třídy více chovatelské než 4. třídy?
- Která třída je nejméně a která nejvíce chovatelská?

Na této úloze je zřejmá gradace. Začínou v otázce a) žáci zjišťují informaci, která je z grafu snadno čitelná, otázky b) a c) jsou náročnější. Třída začne diskutovat, co znamená „více chovatelek“. Většinou se jako první objeví názor, že třídy 3. C a 4. C jsou nejméně chovatelek, protože chovají nejméně zvířat. Potom ale přijde řada, který říká, že 4. C je méně chovatelek, protože má více škůlců. Tento řáček říká, že jde o poměr chovatelů zvířat ku počtu škůlců. K této náročné myšlence otázky b) a c) směřují.

5. a 6. ročník

 Statistické zpracování dat je obohaceno o aritmetický průměr. Žáci počítají průměrné známky své i celé třídy. Průměru se ale dotýká například i následující méně tradiční úloha:

Uganda 5

Z kalendáře vypisala všech 30 jmen začínajících na A. Zjistila, že v nich je 179 písmen. Skoro přesně 6 písmen na jedno jméno. Ale u ženských jmen je to víc než 6 písmen na jméno a u mužských je to méně než 6 písmen na jméno. Aneta řekla: „Tedy ženská jména jsou delší.“ Má Aneta pravdu?

Trvaný Anety je záměrně méně nájsné, protože čím déle je rozprávkou ve třídě diskut. Mluví Aneta o všech jménech? Co když i u jmen začínajících na B to bude nospak? Je možné Anetino tvrzení zpřesnit?

 Schopnost porozumět tabulkám, grafům a různým schémátům dále rozvíjíme pomocí vývojových diagramů. To jsou v podstatě jednoduché „programy“ a žáci se díky nim u rozumět principům, jak fungují počítače.

Objectives:

např. 7 a dle postupu podle obrázku 1.



Rešeni
koli najdete
v magazinu
Test DINES
číslo 6. října

Matematika

Jak učit děti s radostí

17. díl

Lenka Bořánková



lektorka H-mat,
učitelka I. st. na
Masarykově ZŠ,
Jarovnice nad
Ústevou

Ve 4. třídě byli žáci vybráni, aby ukázali řešení jedné slovní úlohy, které spočívalo ve výpočtu 124. U tabule byl chlapec a na tabuli naposlouchal jen výsledek. Neuměl však vysvětlit, jak k němu došel. Výsledek byl pro chlapce tak jednoduchý, že si jej nemusel zapamatovat. Pak k tabuli přišla dívka a řešení úlohy předvedla následujícím způsobem: Načtená na tabuli 12 čísel a 102 - dvě čísla na sebe kolmé. Pak vždy jednu číselnou úlohu a jednu úlohu do jednoho pole vzájemně střídala. Ve třídě to nebylo zadávané: „To tu budeme přetvářet dlouho.“ Dívka zrychlila tempo a za chvíli ukázala, že skutečně $124 = 5 \cdot 24 + 4$. Bylo vidět, že na několika tvářích se rozšířil úsměv. Tyto děti dostaly výsledek od své spolužačky možný postup, jak mají řešit podobné úlohy, se kterými se třídě loučím, přišlo i to, že dáme žáci všem nezávislým způsobem. Přesvědčit řešení mají možnost všichni žáci s jakýmkoli nadáním a zaměřením. Někteří žáci dala náčtené koutky a jiní zase rychle počítá.

Rodina

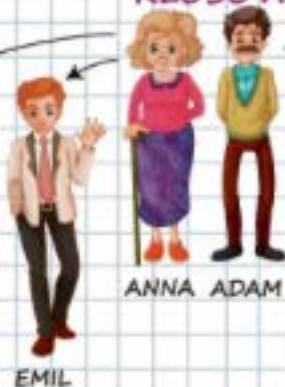
Jak prohloubit porozumění složitým vztahům

Prostředí Rodina se věnuje jak prohlubování porozumění vztahům, tak početním dovednostem. K tomuto prohlubování dochází při individuální činnosti i během diskuzí. Je důležité respektovat názory dětí, ponechat jim autonomii, podpořit je vlnivým slovem a nechat je obhájit si své přesvědčení.

BRODYOVÍ



KLOSOVÍ



MALÍ



VÍT

CYRIL

IVAN

CECÍLIE

HANKA

BLAŽEJ BARBORA

FEDOR

Mateřská škola

Pro dvouleté dítě slovo máma označuje jednu konkrétní osobu. Pětileté dítě ví, že i kamarád má mámu, ale je překvapeno, že babička je mámina máma. Dítě, které chápe slovo máma jako vztah dvou osob, rozumí tomuto slovu již na úrovni abstrakce. Podobně rozumí slovům otec, dcera, syn, sestra... Tento dětem můžeme dávat úlohy z jejich rodiny:

Úloha 1. Kdo je syn/dcera tvé mámy?

Abychom byli schopni všechny základní rodinné vztahy prozkoumat, musíme vycházet z „umělé rodiny“, ve které tyto vztahy jsou. Výše je zobrazen rodokmen. Předškoláci z něj vybereme pouze Cecílii, Cyrila a jejich tři děti. Když dítě tento rodokmen pochopí, může dostat úlohu:

Úloha 2. Někdo řekl: „Vítejte je můj syn.“ Kdo to řekl?

Dítě, které odpoví, že Cecílie (nebo Cyril), odpovědělo dobře. Vysvětlí dítě uvede oba rodiče.

3. a 4. ročník

Ve třetím ročníku se dozvíme o rodině Brodových a o bratřích Cecílie Fedorovi. Hodně otázek se zabývá věkem postav nalehého rodokmenu. Ty zde abstrahuje.

Úloha 4. Kdo řekl: „Jsem vnučkou mámy mé mámy“?

Děti najdou odpovědi Karen nebo Hanka. Najde se ovšem dítě, které řekne, že to může být i Dana nebo Cecílie nebo dokonce i Anna či Barbora, protože uvedený výrok může říct kterákoliv žena. Toto zjištění ukazuje, že u některých výroků je nutno doložit informaci, zda je chápeme pouze uvnitř našeho rodokmenu nebo obecně.

Úloha 5. Kdo řekl: „Jsem dědečkem syna svého syna“?

Když mluvíme jen v rámci nalehého rodokmenu, řešením je pouze Adam. Obecně může být řešením i Blažej, jestliže bude mít Fedor syna. Může to být i Cyril, když alespoň jeden z jeho synů bude mít syna. Žde naše úlohy vstupují do oblasti hypotéz, které přesně formulujeme takto: Bude-li mít Fedor syna, pak řešením úlohy 5. je i Blažej.

5. a 6. ročník

V prostředí Rodina je možné hlouběji proniknout do struktury logiky.

V následující úloze jsou použity logické spojky **a** a **nebo**.

Úloha 6. Mluví Cecílie pravdu, když řekne: **a)** „Fedor a Emil jsou mi bratři.“ **b)** „Fedor nebo Emil je můj bratr.“?

O výpovědi a) žáci většinou řeknou, že je pravdivá jen částečně, protože Fedor není Cecílin bratr, ale bratr. Přesný matematický jazyk ale výroky skládající se ze dvou částí spojených spojkou **a** považuje za pravdivý tehdy a jen tehdy, když oba výroky jsou pravdivé. Tudíž Cecílieina výpověď a) je výrok nepravdivý.

O výpovědi b) obvykle žáci řeknou, že je to popletené, protože Fedor sám není nutně bratr. Přesný matematický jazyk výroky skládající se ze dvou částí spojených spojkou **nebo** považuje za pravdivý tehdy a jen tehdy, když alespoň jeden z dílčích výroků je pravdivý. Tudíž Cecílieina výpověď b) je výrok pravdivý.

Podobně lze najít mnoho úloh, které uvádí žáky do dalších jevů logiky, jako jsou zápor (není pravda, že...), implikace (jestliže... pak...), ekvivalence (...ještě a jen tehdy, když...), kvantifikátory (pro všechny platí... resp. existuje... takže platí...).

Prostředí Rodina přináší žákům na porozumění náročnějším abstraktním pojmům a vztahům, například u práce s funkcí $y = (x + 1)^2$ je často potřebujeme rotovat na funkci $z = x + 1$ a $y = z^2$. Podobně jako vztah bratřinec lze rozložit na syn sourozence málo rodiče. Porozumět například komplexním číslům je náročné proto, že se pracuje s objekty, které leží za hranicí žákem dobře sledovatelného světa. U rodokmenu jsme takové objekty viděli v úlohách 4 a 5. Ty pomáhají žákům pochopit náročný termín definici obor funkce nebo-li soubor objektů, pro které tvzení dává smysl. Prostředí Rodokmenu se výrazně zkomplikuje, když bychom chtěli mluvit o reálných situacích, v nichž dochází k umrtím, rozvodům, adopcím apod.

1. a 2. ročník

Do rodokmenu přibydou vlničky čtyři prarodiče Anna, Adam, Blažej, Barbora a Cyrilovi sourozenci Emil a Dana. Univerzální způsob tvorby úloh dává návod: Napište pravdivý vztah a jeden jeho objekt zakryjte. Tak ze vztahu $5 - 2 = 3$ dostáváme tři úlohy: $5 - 2 = ?$, $5 - ? = 3$, $? - 2 = 3$. Podobně z výpovědi „Hančin otec je Cyril“ vytvoříme tři úlohy:

Úloha 1. Doplně.

- a) Hančin otec je _____.
b) Hančin _____ je Cyril.
c) _____ otec je Cyril.

Úloha a) je nejlehčí. Doplně se poslední slovo „Cyril“. U složitější úlohy b) se doplněje prostřední slovo „otec“. Úloha c) je nejtěžší, schází první slovo, které může být „Hančin“ nebo „Vítův“ nebo „Janův“.



Matematika

Jak učit děti
s radostí

18. díl

Jarka Křibsovcová



Jarka Křibsovcová
učitelka Prvního
pedagogického
učiliště v Praze
na Ústřední
ulici 1. stupně ZŠ
Titozská v Praze

Některé děti dříve milují, jiné dříve chodí. Bylo by pošetilé, kdyby se rodič snažil poradit tohle, co napřadová přiroda mění. Anglický filosof Francis Bacon řekl „nature enim non imperatur, nisi parando“ (přiroda nás neposlušná, než je přivádíme). Když ale dítě pozoruje, nastává přirodní odpovědnost za přirodu a říkáme dítěti, a čím si má být, jak si má být, a kým si má být. Domníváme se, že víme lépe než dítě, že by si mělo být se stavební, kterou jsme koupili za čtyři peníze, a ne s dřívky, kterým dáme přednost. Zastavíme se nad tím, zda není účinnější podpořit tu činnost, kterou dítě chce právě teď dělat. Samozřejmě s omezením, které dělá z dítěte a bezpodmínečně dítěte.



Ciferník

Od orientace v čase k modulární aritmetice či úhlům

Rokem il, že dnes je pátek 25. 9. 2015, má tento údaj dva typy informací. Rok 2015 je v časovém sledu jen jeden. Vloni byl rok 2014, příští rok bude 2016 a za 50 let se bude psát 2065. Je-li dnes 25. září, nebude za 10 dní 35. září, ale 5. října. Zde se čísla opakuji v jistých cyklech. Nejzajímavější cyklus je na hodinách – ciferníku.

Ciferník je jednoduchou pomůckou. Příměrně je určen k určování času, ale můžeme jej využít pro další aktivity v matematice. Začítmo na číselné ose po čísle 12 následuje číslo 13, na ciferníku po čísle 12 následuje číslo 1. Toto zvláštní počítání přináší do chápání aritmetiky důležitý impuls.

Jednotlivá čísla po obvodu ciferníku jsou pravidelně rozmístěna, což umožňuje konstruovat různé obrazy. Tedy další impuls, tentokrát pro geometrii.

Mateřská škola

V mateřské škole se s cyklem může dítě seznámit na dvou týdne, na obou ročních obdobích, která lze dobře zdůraznit ve čtvrtinách kruhu. Když např. pro jaro zvolíme zelený podklad, pro léto žlutý s velkým sluníčkem, pro podzim podklad do hnědo-červena a pro zimu podklad světlý modrý, můžeme ještě vnímat čtvrtinová odlišná tónová pro jednotlivé měsíce. Některé měsíce mají své specifika – září, kdy vidíme děti jít do školy, listopad, kdy padá listí, prosinec s vánočním stromkem – nebo nám pro výběr obrázku k danému měsíci pomůže básnička či říkanka.

Úloha 1. Pět dětí stojí v kruhu a předávají si hračku. Kolikrát dojde k předání, než se hračka znovu dostane k prvnímu dítěti? Hračka se předala 6x – kolik dětí je teď drží?



1. a 2. ročník

Ciferník můžeme používat nejen k určování času, ale i k seznámení základních geometrických tvarů. Při využití vhodné pomůcky (viz 10. díl o Geoboardu) jsou tvary relativně přesné – odpadá nutnost přesně rysovat nebo vystřihovat. Gumíčka napnutá mezi kolíky zajišťuje konstrukci přesných hranic objektů i manipulativně méně obratným dítětem. Takto můžeme tvořit obrazy, které se pomocí tradičního rysovacího nářadí obtížně konstruují – pravidelný dvanáctiúhelník či rovinný lichoběžník vznikne zcela spontánně propojením vhodných kolíků.



Geometrické obrazy můžeme evidovat pomocí názvů vrcholů/čísel. Tak např. vytvoříme rovinný trojúhelník (4,8,12) nebo obdélník (1,3,7,9). Uvedené úlohy propojují geometrii (tvary) a aritmetiku (čísla). V tomto období řešíme úlohy především pomocí fyzického modelu, ale můžeme je také využívat ciferník narysovaný na papíru.

Úloha 2. Na ciferníku vytvoř čtverec tak, aby součet čísel ve všech jeho vrcholech byl co nejmenší/nevětší.

Úloha 3. Rozděli ciferník jednou rovnou čarou (přímku) tak, aby v obou částech byl po sečtení čísel stejný výsledek.

Úloha 4. Rozděli ciferník a) dvěma, b) pěti rovnými čarami tak, aby součet v každém poli byl stejný.

3. a 4. ročník

V ciferníkové aritmetice $11 + 2 = 1$, neboť když je teď 11 hodin, tak za 2 hodiny bude 1 hodina. Podobně pak $1 - 2 = 11$.

Úloha 5. Zkontroluj správnost rovností v ciferníkové aritmetice. Oprav chyby, hledej více řešení.

- a) $8 + 7 = 3$
- b) $9 + 4 = 12$
- c) $6 + 12 = 6$
- d) $1 - 8 = 3$
- e) $5 - 7 = 10$
- f) $2 - 7 = 2$
- g) $4 - 4 = 4$
- h) $5 - 5 = 5$

Úloha 6. Doplní schématicky číslo tak, aby v ciferníkové aritmetice platila rovnost, hledej více řešení.

- a) $\dots + 7 = 4$
- b) $\dots - 3 = 6$
- c) $2 \dots = 2$
- d) $3 \dots + 1 = 7$

Úloha 7. Pokaždé, když máš ručička postoupí o jednu hodinu, ozve se gong. Gong se ozval poprvé v pondělí v jednu hodinu odpoledne. Ted právě zazněl po 64. Jaký je dnes den a kolik je hodin?

Úloha 8. Ciferník trapezoidů hodin je rozdělen na sedm stejných částí. Jsou na něm čísla 1, 2, 3, 4, 5, 6 a 7. Po čísle 7 tedy následuje číslo 1. Řešte úlohu 6 na trapezoidním ciferníku.



5. a 6. ročník

Úloha 9. V ciferníkové aritmetice s 12 čísly nemá rovnice $2 \cdot x + 3$ řešení. Zjistíte, jaké je třeba zvolit číslo x , aby rovnice $x \cdot x + 3$ měla alespoň jedno řešení.

Na ciferníku je možné zkoumat i úhly.

Úloha 10. O jaký úhel se velká ručička otočí za:

- a) 5 min b) 20 min c) 45 min?

Úloha 11. Kolik minut uplyne, když se velká ručička hodin otočí o:

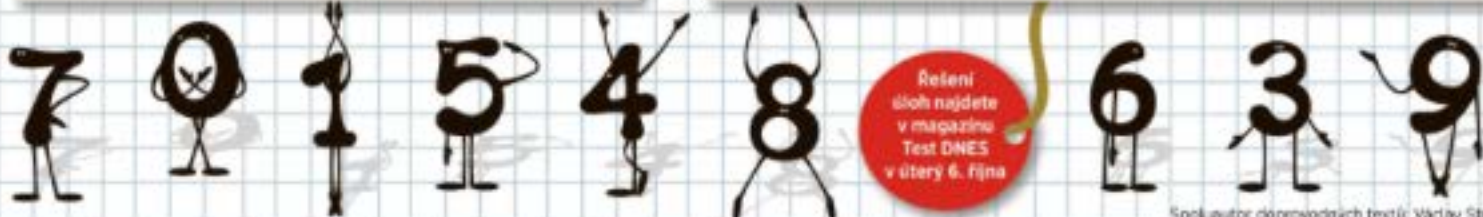
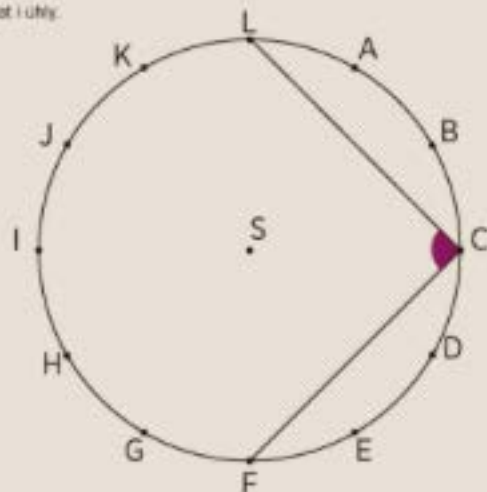
- a) 60° b) 90° c) 150° ?

Úloha 12. Kolik hodin uplyne, když se malá ručička hodin otočí o:

- a) 60° b) 90° c) 150° ?

Úloha 13. Na obrázku je pravidelný dvanáctiúhelník ABCDEFGHIJKL. Zjistíte velikosti úhlů.

- a) LCF b) LBF c) LEF d) LSB
- e) LSA f) LDH g) LFB



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 6. října

Matematika

Jak učit děti s radostí

19. díl

Dotyky Jitroškové



Dotyky na KMPH
prof. UK v Praze,
spoluautorka učebnic
pro 1. a 2. stupeň
školské matematiky

SITUACE 1. Žáci dostanou šest úloh a hned se ptají: „Je to na známky?“ Učitel: „Ano. První tři dostanou jedničku.“ Pak děti se ani nepouští do řešení. Víte, že nejsou rychlí počítáči?

SITUACE 2. Začíná hodina. Dívka si zahravne na detektivky a bude se řešit zapletlý případ. Učitelka se ukryje v šance. Abychom tajemku vyřešili, musíme vyřešit tyto úlohy.“ Několik dětí po vyučování dluhu, tři ostatní tajemku uhoďte a dluh nepočítají. Jiné děti u své rady všechny úlohy dořeší, i když tajemka je již jasná.

V prvních případech mluvíme o **matematické veličině** – dítě usiluje o dobrou známku, pochvalu, pocítní úspěch. Chce pracovat poměli, jakmile pomine motivací impuls, vlnití motivace nemůže přivést ve vnitřní a je tedy jen dočasná. Ve druhém případě mluvíme o **atmické** – příběh dětí začal a začal pracovat. U některých dětí zájem o příběh přerostl ve vnitřní motivaci a chci dluhy dořešit, u některých nepřerostl a úlohy už neřeší. Atmické může přerostl ve vnitřní motivaci. Pouze vnitřní motivace založená na vlastním problému a radosti matematickému řešení pomůže.



Krychlové stavby

Rozvíjíme prostorovou představivost

foto pro ilustraci navazuje na zkušenosti dětí s kostkami, zkusíme do aritmetiky a níže přepočítáme krychlové stavby

Mateřská škola

Děti nedíve staví podle fantazie hračky, domy, ohrazení, schody, věže. ... Zkušenosti nauky pomáhají rozvíjet **prostorovou představivost** dítěte. Rodič může pomáhat dítěti tím, že o jeho stavbu jeví zájem a v komunikaci a komentářích činnosti upřesňuje jeho slovník. Dítě mluví o rohu krychle a my, aniž bychom dle optavovali, používáme termín vrchol. Dítě říká: „Tady to poroží na toto.“ My můžeme jeho činnost komentovat: „Vidím, že je přeložka stěnu na stěnu.“ Jit nyní se také rozvíjí i argumentační schopnosti dětí. Jazyk, který dítě používá k popisu stavby, odráží jeho vlastní zkušenost a představy, proto dítě vyvíjí i obhajobu své pojmování a vyjadřuje si postoj druhých dětí. Dítě rozvíjí své **kommunikační dovednosti** v zájmu porozumět se.

Z různých staveb, které děti tvoří, se omeztíme na ty, které vznikají přiložením stejně velkých krychlí vždy celou stěnou na celou stěnu. Nazveme je **krychlové stavby**. Stavba na obrázku tedy v našem smyslu u krychlovou stavbu není, neboť dolní stěna modré krychle se s horní stěnou červené a bílé krychle překrývá jen částečně.



Od volné tvorby přecházíme ke kopírování. Děti s radostí a spontánně kopírují stavbu kamaráda. Často dochází mezi dětmi ke spolupráci a komunikaci o tom, kam kterou kostičku přiložit. Je dobré, že pořádek dle stavby je již hustší, všimá si dříve, např. počtu krychlí, jejich uspořádání, počtu podlaží apod. Zde se začínají rodit budoucí pojmy jako **objem, výška tělesa, povrch**, ...

Klíč na schránku rozvíjí **kritické myšlení** a **prostorovou paměť** a připravuje budoucí pojem shodnost těles. Krychlová stavba je někdy ukryta. Dítě ji najde, zapamatuje si ji a postaví si se na koberci. Pak se schovaná stavba „přijde podívat“ na své dvojce.

Reskce dětí při porovnávání staveb až již shodných, nebo zrcadlově souměrných, nebo jinak pozmeněných bývají spontánní, radostné a nabízejí diskuse.

1. a 2. ročník

Úloha 1. Stavba na obrázku nazýváme 4stupňové schodiště Postav ji.



Kolik krychlí na stavbu potřebujeme? Kterých je více, modrých nebo červených?

Mnoho dětí počítá po jedné. Objevují se i řešení $1+2+3+4=10$, nebo: modré $1+3+4$ a červené $2+4$, celkem 10. Dítě, které upozorní na to, že tam mohou být i krychle schované, které nejsou na obrázku vidět, má vyspělou geometrickou myšlenku – schopnost v mysli pracovat s objekty, které v daný okamžik nevnímá (modré) a sudými (červené) čísly a s rytmem.



Otázka: „Kterých krychlí je ve schodišti více?“ vyřešila jedna dívka tak, že přemístila nejvyšší červenou krychli a vytvořila stavbu jako na obrázku. Bez počítání odpověděla, že červených krychlí je o 2 více. Vidíme, že prostor pro rovné argumentace dětí je překvapivě velký.

Další úlohou podpoříme vnímání rytmu a posloupnosti čísel.

Úloha 2. Přidej jednu věž a vytvoř 5stupňové (6stupňové, 7stupňové) schodiště.

Jak může dítě postupovat, má-li před sebou tento úkol? Některé děti dodrží rytmus barev a přistaví věž z pěti modrých krychlí a pak odpoví, jiné dříve odpoví, než postaví, některé vůbec nepostaví a řeší úlohu jen v představách.



Následující úlohou rozvíjíme **kombinatorické myšlení**.

Úloha 3. Na obrázku jsou dvě různé věže ze tří krychlí – červené, modré a bílé. Kolik dalších různých věží z těchto tří krychlí můžeme postavit?



Úloha 4. Obyvatelé planety Krychlov žijí v krychlových stavbách postavených právě ze čtyř krychlí. Kolik nejvíce může být v Krychlově domě, když žádné dva nejsou stejné?

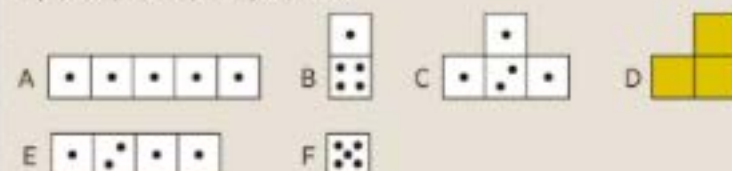
Úloha propojuje geometrii a kombinatoriku a při nedostatku krychlí využívá potřebu nějakého záznamu. Obvykle děti diskutují o tom, které stavby jsou stejné (shodné) a zda jsou například dvě stavby na obrázku stejné, nebo různé. Radka tvrdí, že jsou stejné, protože když se jedné z nich podívá do zrcadla, vidí se, jako by byla ta druhá. Šimon oponuje. Říká, že levá bota je jiná než pravá bota. Konečně rozhodnutí necháme na dětech. Někdy na druhém stupni dojdou k tomu, že jsou to navzájem shodná tělesa.

Návrhy dětí na záznamy staveb se postupně vyvíjí s cílem, aby všechny děti záznamu rozuměly a uměly jej vytvořit. Po čase se objeví záznam, který je pro všechny přijatelný. Stavbu znázorníme takto: Nakreslíme, jak ji vidíme shora, a počtem puntíků v jednom čtverci vyjádříme počet krychlí nad sebou. Dostáváme **plán krychlové stavby**. Na obrázku je plán levé stavby z obrázku úlohy 4.



3. a 4. ročník

Úloha 5. Gábina postavila z krychlí „vláček“ (obr. A). Přeložila jednu krychli na jiné místo a novou stavbu zapsala plánem. Pak přeložila další krychli a vzniklou stavbu opět zapsala plánem. To opakovala ještě třikrát. Nakonec před ní stála věž (obr. F). Plány staveb, které Gábina zapsala, jsou na obrázcích A, B, C, D, E, F, ale v jiném pořadí. Navíc z plánů D jsou vymazány tečky. Najdi pořadí plánů a doplň tečky do plánu D.



5. a 6. ročník

Pracujeme s **objemem** krychlových staveb a zkoumáme **povrch**. Jednotkou objemu je 1 krychle, jednotkou obsahu je 1 čtverec, který je stěnou krychle. Tak např. 4stupňové schodiště z úlohy 1 má objem 10 krychlí a povrch 36 čtverců.

Úloha 6. Jaký největší a jaký nejmenší povrch má krychlová stavba s objemem:

- a) 4 krychle
b) 8 krychlí
c) 27 krychlí?

Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 6. října



Matematika

Jak učit děti
s radostí

20. díl

Anna Sukniak



Čtenkařka 11-let,
spoluautorka učebnice
pro 2. st. učí na ZŠ
Čestlá k upeřku,
Praha 6

V posledním pokračování seriálu je čas na dnu. Každé z prostředí, které jsme představili v minulých dílech, jsme naplňovali, zasahovali do několika matematických oblastí. Například v Krokodýlce jsme se zabývali čísly, práci se zlomky, současnými rovnicemi i posunem absolutní hodnoty. Na druhé straně každé matematické oblasti je přehledná v několika prostředích. Například rovnice rozdání nejon v Krokodýlce, ale i v Dětky Lesní, Myšim v číslu i Současných implemák. Díky tomuto přehledu přehledu o matematických pojme a vztazích si děti vytvoří kvalitní dohledovou představu o matematice. Nežli k němu však není ažomní, které dítě zkrát, ale jeho radost z společného intelektuálního rozvoje. K tomu dochází díky trpělivosti rodiče a učitele, kteří píně respektují myšlenkovou samostatnost dítěte. Poslední díl seriálu je věnován dělitelnosti. Je to prostředí vhodné pro použití jazyka algebry a pro získávání zkušeností v nejdůležitější oblasti matematiky – v dokazování. Zde jsme se zaměřili hlavně na popis dělitelnosti na rytmus. Dělitelnost poměrně žák i v prostředí Současných implemák, Nádobkových cvicích, Hříde a v dalších.



Rytmus a dělitelnost



Mateřská škola

- Dítě v předškolním věku ví, že při chůzi pravidelně střídá nohy. Bude-li své kroky počítat, získává zkušenost s pojmy sudé a liché číslo.
- S dělitelností získává dítě zkušenosti, když spravedlivě dělí třeba lbenky mezi sebe a dva kamarády.

1. a 2. ročník

- V prvním díle jsme pracovali s rytmem v čase. V obrázku níže je rytmus vizuální, mimočasový. Vztahuje se k němu slohy 1 až 4.



- Úloha 1.** Je v horní řadě více dívek, nebo chců? Umíš to zjistit bez počítání? Stejnou úlohu řeš pro dolní řadu.
- Úloha 2.** Dívky a hoši utvořili kruh, ve kterém se pravidelně střídá hoch a dívka. Víme, že dívka je v kruhu 8. Kolik je v kruhu všech dětí?
- Úloha 3.** Figurky v horním řádku obrázku vybarvi pravidelně: první červeně, druhou modře, třetí žlutě, čtvrtou opět červeně, pátou modře atd. Zjisti, zda na obrázku bude více červených hochů, nebo žlutých dívek. Stejnou úlohu vyřeš i pro dolní řádek obrázku.
- Úloha 4.** Nakresli stejnou řadu jako v předchozí úloze, ale delší. Tvoje řada bude mít 20 figurek. Kolik je na tomto obrázku červených dívek? Na kterém místě v řadě stojí? O kolik figurek musíme řadu prodloužit, aby v ní bylo stejně červených dívek jako žlutých hochů?

- V obrázcích s nimi žák pracuje, máme dva rytmy. Rytmus figurek D a H a rytmus barev červená, modrá, žlutá. Zkušenosti s prolínáním rytmu dvojkového a trojkového využije žák v šestém ročníku při zavádění náročného pojmu **nejmenší společného násobek**.

- Ve školní matematice se pojem **číselný součet** zavádí v souvislosti s dělitelností. Je však dobré začít s jeho zavedením už dříve. Trojčíslné číslo 312 má číselný součet $3 + 1 + 2 = 6$. To zapíšeme $CS(312) = 6$.

- Úloha 5.** Vypíšte všechna trojčíslná čísla, jejichž číselný součet je: a) 4; b) 5. Kolik těch čísel je?

3. a 4. ročník

- Hrajeme ve třídě hru „tleskní-dupni“. Učitelka pomalu počítá: „Jedna, dvě, tři, čtyři...“ Na každé sudé číslo dívky tlesknou, na každé třetí číslo (3, 6, 9...) hoši dupnou. Učitelka dopočítala do 19.

- Úloha 6.** Kolik zaznělo a) tlesknutí; b) dupnutí; c) současně dupnutí i tlesknutí?

- Opět se zde prolínají dva rytmy – dvojkový a trojkový, tentokrát ne vizuální, ale v čase. K této hře lze tvořit náročnější úlohy.

- Úloha 7.** Do kolika musíme počítat, aby tlesknutí bylo a) 9; b) o 5 více než dupnutí?

- U dělení se zbytkem nacházíme podíl i zbytek. Například při dělení $76 : 5$ je podíl 15 a zbytek 1. Zapisujeme to $76 : 5 = 15 (1)$. Podíl i zbytek můžeme zjistit opakovaným odčítáním. K tomu žák dovede výrazový diagram:



- Úloha 8.** Veronika zvolila číslo 147. Zapsala jej do seznamu. Veronika odečetla $147 - 13 = 134$. Do seznamu za číslo 147 zapsala 134. Protože to není menší než 13, opět odečetla 13 a dostala $134 - 13 = 121$. To zapsala jako třetí číslo seznamu. Pokračovala až do konce. Dopíš celý seznam Veroniky. Seznam: 147, 134, 121, _____

- Úloha 9.** Víme, že $147 : 13 = 11 (4)$. Zjisti, kde v seznamu Veroniky je možná najít podíl 11 a zbytek 4.

- Úloha 10.** Doplní chybějící čísla do dělení se zbytkem.

- a) $22 : 5 = \underline{\quad} (\underline{\quad})$
- b) $14 : \underline{\quad} = 3 (\underline{\quad})$
- c) $\underline{\quad} : 6 = 5 (1)$
- d) $17 : \underline{\quad} = \underline{\quad} (2)$

5. a 6. ročník

- Následující série úloh ukazuje, jak lze žáka dovést k objevu rovnosti: zbytek při dělení $n : 3$ je stejný jako zbytek při dělení $CS(n) : 3$. Tři dále uvedené úlohy jsou ilustrací výnamě většího počtu úloh, které bude žák řešit.

- Úloha 11.** Z čísel 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sestavte co nejvíce dvoumístných čísel dělitelných číslem 3.

- Úloha 12.** Doplněte schématické čísla tak, aby číslo bylo dělitelné 3: a) $24 \div$; b) $2 \div 4$; c) $\div 24$.

- Úloha 13.** Zjisti, zda je pravdivé tvrzení: A. Součet tří po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný 3. B. Součet čtyř po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný 3. C. Jestliže je číslo n dělitelné 3, pak součet čísel $n, n+1, n+2$ a $n+3$ je dělitelný 3.

- Učitel si zahrne na kouzelníka. Řekne: „Napište trojčíslné číslo ABC takové, že $A > C$. Rozděl $ABC - CBA$ vydělte číselm 11 a tento podíl vydělte ještě číselm 3. Výsledek si zapíšte. Řekněte mi číslo ABC a já vám do tří vteřin, heknú váš výsledek.“

- Kuba si myslí číslo 834. Počítal $834 - 438 = 396$. Pak $396 : 11 = 36$. Konečně $36 : 3 = 12$. Kuba řekl učitelu číslo 834 a ten ihned řekl výsledek „dvanačí“.

- Úloha 14.** a) Dokážte, že číslo $AB - BA$ ($A > B$) je dělitelné 3. b) Dokážte, že číslo $ABC - CBA$ ($A > C$) je dělitelné 3. c) Dokážte, že číslo $ABD - A - B$ je dělitelné 3. d) Dokážte, že číslo $ABC - (A + B + C)$ je dělitelné 3.



Řešení
úloh najdete
v magazínu
Test DNES
v úterý 6. října



Úloha 5. $x = 3, y = 2, z = 0$

6. V únoru stály rukavice 160 Kč. 7. V lednu stály rukavice 240 Kč. $\frac{x}{x - (\frac{1}{2} \cdot x)} = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} \cdot x) = 60/$ 8. Adamovi je 11 let. 9. Maminka váží 55, 5 kg. 10. a) Litř vody odteče za 50 minut. b) Za 5 dnů odteče 144 litřů vody. 11. a) Konečná cena bundy je 2048 Kč. b) Původní cena bundy byla 3 750 Kč.

SOUČTOVÉ TROJÚHELNÍKY

5. díl

Úloha 2.

$$\begin{array}{r} 4 \ 1 \ 3 \ 2 \\ 5 \ 4 \ 5 \\ 9 \ 9 \\ 18 \end{array}$$

Úloha 3.

$$\begin{array}{r} 6 \ 1 \ 4 \\ 7 \ 5 \\ 12 \end{array}$$

Úloha 4. Pokud dosazujeme jen kladná celá čísla nebo nulu, je číslo v prostředním poli horního řádku jedno z čísel 5, 4, 3, 2, 1, 0.

$$\begin{array}{r} 5 \ 5 \ 0 \ 6 \ 4 \ 1 \ 7 \ 3 \ 2 \\ 10 \ 5 \\ 15 \end{array}$$

Úloha 5.

$$\begin{array}{r} 12 \ 5 \ 11 \ 12 \ 10 \ 11 \ 12 \ 15 \ 11 \\ \end{array}$$

Úloha 7.

$$\begin{array}{r} 1 \ 5 \ 0 \ 0 \ 5 \ 1 \\ \end{array}$$

nebo

Úloha 8.

$$\begin{array}{r} 2 \ 0 \ 7 \\ \end{array}$$

Úloha 6.

$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \ 9 \ 2 \ 2 \ 1 \\ \end{array}$$

Úloha 9. Záludná úloha, která nemá řešení. Označme čísla horního řádku a, b, c . Pak součet čísel v modrých polích je $a + (b + c)$ a součet čísel v zelených polích je $(a + b) + c$. Je jasné, že oba součty jsou stejné.

HADI

6. díl

Úloha 1.

$$3 \xrightarrow{5} 8 \xleftarrow{2} 6$$

Úloha 2.

$$3 \xrightarrow{1} 4 \xrightarrow{6} 10$$

$$3 + 6 = 9$$

Úloha 3.

$$8 \xleftarrow{5} 3 \xrightarrow{5} 8$$

$$8 + 8 = 16$$

Úloha 4.

$$2 \xrightarrow{-2} 4 \xrightarrow{+5} 9$$

Úloha 5. Lze si připravit a nadepsat jednotlivé stavy (leden, mezičas, duben) a postup zlevňování zapsat:

$$\begin{array}{c} \text{leden} \\ 1200 \end{array} \xrightarrow{\cdot \frac{2}{3}} \begin{array}{c} \text{mezičas} \\ 800 \end{array} \xrightarrow{-100} \begin{array}{c} \text{duben} \\ 700 \end{array}$$

Výpočet: $(700 + 100) \cdot \frac{3}{2} = 1200$
Jdu-li proti směru šipky, musím použít opačnou operaci, takže přičtu 100 a násobím $\frac{3}{2}$.

Úloha 7.

$$x \xrightarrow{-1} \xrightarrow{-2} y$$

Úloha 6.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	21	31	100	101	176
y	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	40	60	198	200	350

PAVUČINY

7. díl

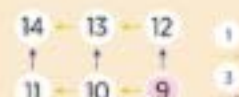
Úloha 2.



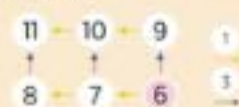
Úloha 3.



Úloha 5. a)



b) i c)



Úloha 4. a)



b) 40 → 100



c) 5 → 7

4 → 10

d) 1 → 2

3 → 4

2 → 3

1 → 2

3 → 4

2 → 3

MYSLÍM SI ČÍSLO

8. díl

ZLOMKY

9. díl

Úloha 6. Myšlené číslo je 4.

Úloha 7. Myšlené číslo je 12.

Úloha 9. Myšlené číslo je 28.

Úloha 10. Myšlené číslo je 3.

Úloha 12. Myšlená čísla jsou 2 a 5.

AUTOBUS

2. díl

V minulém magazínu Test jsme u 2. dílu seriálu Matematika, která baví, chybně uvedli řešení úlohy pro 3. a 4. ročník. Správné řešení je:

Úloha 3. Na zastávce B nevystoupil žádný ■. Nastoupily zde 2 ▲.

Na zastávce C nevystoupila žádná ▲. Nastoupili zde 1 ■.

	A	B	C	D	E
V	0	▲	■	■	■
N	■	■	■	■	0
J	■	■	■	■	■
Celkem	5	9	8	4	

Úloha 1. a) modrá 10 cm, červená 5 cm. b) modrá 30 cm, červená 15 cm. c) modrá 36 cm, červená 18 cm.

Úloha 2. a) celá tyč 40 cm, modrá 10 cm. b) celá tyč 80 cm, modrá 20 cm. c) celá tyč 60 cm, modrá 15 cm. d) celá tyč 28 cm, modrá 7 cm. e) celá tyč 56 cm, modrá 14 cm. f) celá tyč 84 cm, modrá 21 cm.

Úloha 3. Řešení bylo součástí textu.

Úloha 4. a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{2}{9}$

Úloha 5. Modrý obdélník zabírá $\frac{3}{16}$.

Úloha 6. a) $\frac{1}{2}$ je 30 minut a $\frac{1}{6}$ je 10 minut = 40 minut, což je $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{2}{5}$ je 24 minut a $\frac{1}{2}$ je 30 minut = 54 minut, což je $\frac{54}{60} = \frac{9}{10}$

Úloha 7. Seřazená čísla: 0, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, 1

a) mezi 0 a $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$ e) 0,5 = $\frac{1}{2}$ f) $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{3}$

g) $\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{6}$ h) $\frac{2}{3}$ a $\frac{5}{6}$ i) $\frac{5}{6}$ a 1 j) $\frac{1}{6}$ a $\frac{1}{3}$ k) $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{2}$

CEOBOARD A MŘÍŽ

Úloha 2. Modrý čtverec lze rozdělit na dvě shodné části mnoha způsoby. Na první čtyři děti z 1. – 2. ročníku přijdou, na další dva i mnohé neuvedené přijdou až později, možná až na druhém stupni.



Úloha 6.
a) 4Δ, b) 5Δ.

Úloha 4.



Úloha 3.

Úloha 7. Šípkové zápisy jsou zápisy těchto obrazců: pětiúhelník, červený trojúhelník, žlutý trojúhelník. Chybějící zápis čtverce je $\rightarrow \uparrow \leftarrow \downarrow$.

Úloha 8. Žlutý trojúhelník, $S = \frac{1}{2} \square$; modrý čtverec, $S = 2 \square$; červený trojúhelník, $S = 1 \square$; zelený pětiúhelník, $S = 2 \frac{1}{2} \square$.

Úloha 10. a) $A \rightarrow B \leftarrow C \leftarrow D \rightarrow A$; $S_{ABCD} = 2 \square$;
b) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$; $S_{ABCD} = 5 \square$;
c) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$; $S_{ABCD} = 10 \square$;
d) V zápise znamenají tři tečky, že šípky doprava bude libovolně. To můžeme zapsat pomocí n , což znamená jakékoliv přirozené číslo. Obrázek již nakreslit neumíme, ale šipkový zápis zapsat umíme. n šípky doprava zapíšeme takto \xrightarrow{n} . Obdobně zapíšeme n šípky nahoru, doleva a dolů.

$$A \xrightarrow{n} B \xleftarrow{n} C \xleftarrow{n} D \xrightarrow{n} A; \quad S_{ABCD} = (n^2 + 1) \square$$

MINCE

ÚLOHA 1. Ten, kdo má dvě dvoukorunové mince.

ÚLOHA 3. Jeden dostane tři dvoukorunové mince, druhý dostane jednu korunu a jednu pětkorunu a třetí dostane jednu korunu a jednu pětkorunu.

ÚLOHA 4. Květa má tři pětkorunové mince, Šárka má sedm dvoukorunových mincí a ještě od Květy dostala jednu korunu.

Úloha 5. a) $10 + 10 + 5$, b) $20 + 2 + 2 + 1$,

c) jedno řešení $10 + 10 + 2 + 2 + 1$,

druhé řešení: $5 + 5 + 5 + 5$

ÚLOHA 6. Ano, Radim má pravdu, $3,60 + 3,70 = 7,30$; po zaokrouhlení 7 Kč.

ÚLOHA 7. Aleš dostane 50 Kč a vrátí ze svého 10 Kč, 5 Kč, 2 Kč, Cyril dostane 50 Kč a vrátí ze svého 20 Kč a od Borise dostane ještě 1 Kč, 1 Kč, 1 Kč, Boris dostane 20 Kč, 10 Kč, 5 Kč, 2 Kč. Tak všichni ke svému obnosu obdrželi 33 Kč.

ÚLOHA 8. Dana má 20 Kč, 20 Kč, 5 Kč, 2 Kč, 1 Kč. Eva má 20 Kč, 5 Kč, 2 Kč.

ÚLOHA 9. a) Tomáš má jednu pětkorunu a 1 Kč, Ondřej má tři dvoukorunové mince, b) Tomáš má sedm pětkorun a 1 Kč, Ondřej má osmnáct dvoukorun, c) Tomáš má dvacet sedm pětkorun a 1 Kč, Ondřej má šedesát osm dvoukorun.

Úloha 2.

2	6	4	2	10	5	2	10	5
6		9	10		5	4		5
3	9	3	5	5	1	2	2	1

Úloha 4.

2	6	9	6	6	3	6	6	1	6	6	3	2	6	9
6		6	6		8	5		27	5		27	5		27
3	27	9	1	27	27	3	6	27	9	6	9	27	6	3

Úloha 5. a) 2, b) 3, c) 4,

d) 6, e) 9, f) 17

Číslo v modrém poli = součet středových čísel : 3 - 1.

Úloha 11.

$E \cdot G = H \cdot F$ tedy $H = E \cdot G \cdot F$

Úloha 12.

Pro kontrolu uvádíme počet řešení jednotlivých úloh: a) 3 řešení;

b) 4 řešení; c) 5 řešení;

d) 6 řešení; e) 5 řešení;

f) 66 řešení; g) 192 řešení.

$E = a \cdot b$; $F = b \cdot c$; $G = c \cdot d$;

$H = d \cdot a$ tedy $E \cdot F \cdot G \cdot H =$

$a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c \cdot d \cdot d \cdot a$ což je po

úpravách $(a \cdot b) \cdot (b \cdot c) \cdot (c \cdot d) \cdot (d \cdot a)$. Jinak

řečeno, když sečteme rohové číslo

a s číslem c a rohové číslo b s číslem

d a tyto součty vynásobíme,

dostaneme součet středových čísel

$E \cdot F \cdot G \cdot H$.

Úloha 1. 2, 4, 8, 12, 22, 26, 30.

Úloha 2.

		11		
17	18	18	19	
	18	25		

SÍTĚ KRYCHLE

Úloha 1. Manipulativní.

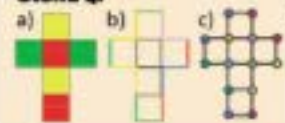
Úloha 2. Stříhy na šaty jsou:

Úloha 3. Manipulativní.



Úloha 5. Všechny možné sítě krychle, viz Úloha 3

Úloha 4.



Úloha 6.

Např.



STOVKOVÁ TABULKA

Úloha 3. Součet dvojice čísel vedle sebe je vždy lichý. Součet dvojice čísel pod sebou je vždy sudý.

Úloha 4. Tři řešení: 1) $24 \rightarrow 2 \downarrow$, součet 111, zaokrouhleno 110; 2) $24 \rightarrow 4 \rightarrow$, součet 120, zaokrouhleno 120; 3) $24 \rightarrow 2 \rightarrow$, součet 129, zaokrouhleno 129.

Úloha 5. Žáci po několika pokusech zjistí, že $S(n \downarrow) - S(n \uparrow) = 20$ pro libovolné n . Jak to dokázat? Protože $S(n \downarrow) = n + (n + 10)$ a $S(n \uparrow) = n + (n - 10)$, pak rozdíl $S(n \downarrow) - S(n \uparrow) = [n + (n + 10)] - [n + (n - 10)] = 20$. Pokud se budu pohybovat v tabulce, pak se n , které je na začátku součtu obou cest, navzájem odečte a pak od čísla, které je o deset větší než n , odčítám číslo, které je o deset menší než n , rozdíl tedy musí být 20.

Úloha 6. a) $S(n \rightarrow \uparrow) = n + n + 1 + n - 10 = 3n - 9$, a jelikož $3n$ je vždy dělitelné 3 a 9 je dělitelné 3, je i jejich rozdíl vždy dělitelný třemi.

b) $S(n \rightarrow \downarrow) = n + n + 1 + n + 10 = 3n + 11$, a jelikož $3n$ je vždy dělitelný třemi, muselo by být i číslo 11 dělitelné 3, aby součet byl dělitelný 3. To ale neplatí, pak tedy celý součet není nikdy dělitelný 3.

DŘÍVKA ALGEBROGRAMY

Úloha 2.



Další řešení posledních dvou úloh s odebráním dřevek vzniknou otočením tvaru, případně v osové souměrnosti.

Úloha 5. a) $A = 1, B = 9, C = 0$; b) $A = 9,$

$B = 1, C = 0$; c) tři řešení: $A = 1, B = 2, C = 4$;

$A = 2, B = 4, C = 8$; $A = 2, B = 5, C = 0$; d) čtyři

řešení: $A = 4, B = 5, C = 0$; $A = 5, B = 6, C = 2$;

$A = 6, B = 7, C = 4$; $A = 7, B = 8, C = 6$.

Úloha 6. a) dvě řešení $A = 2, B = 4$; $A = 3, B = 9$; b)

$C = 4, D = 8$; c) dvě řešení $E = 4, D = 2$; $E = 5, D = 3$.

Úloha 7. a) $A = 1, B = 5$; b) $A = 2, B = 5$; c) čtyři

řešení $A = 1, B = 2$; $A = 2, B = 4$; $A = 3, B = 6$;

$A = 4, B = 8$; d) $A = 3, B = 5$; e) $A = 4, B = 5$.

Úloha 8. a) $A = 2, B = 8$; b) $A = 4, B = 8$;

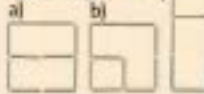
c) dvě řešení $A = 2, B = 4$; $A = 3, B = 9$; d) tři

řešení $A = 1, B = 2$; $C = 5$; $A = 2, B = 4$; $C = 6$;

$A = 7, B = 2$; $C = 9$; e) $A = 3, B = 4$; $C = 7$;

f) $A = 2, B = 5$; $C = 6$; g) $A = 7, B = 6$.

Úloha 3.



Dřívka děti mohou vložit i do jiné pozice, vznikne otočený útvar.

Úloha 4.

a) $A = 3$; b) $B = 5$; c) $C = 2$; d) $D = 5$; e) $E = 3$; f) $A = 2$; g) $B = 3$; h) $C = 4$.

Úloha 9. a) $A = 3$; b) $A = 1, B = 2$; c) sedm řešení $A = 2,$

$B = 3, C = 1$; $A = 3, B = 4, C = 1$; $A = 4, B = 5, C = 1$; $A = 5,$

$B = 6, C = 1$; $A = 6, B = 7, C = 1$; $A = 7, B = 8, C = 1$; $A = 8, B = 9, C = 1$.

Úloha 10. a) $K = 2, L = 4$; b) $K = 1, L = 9$.

Úloha 11. a) dvě řešení $A = 5, B = 7$; $A = 7, B = 5$; b) dvě ře-

šení $C = 4, D = 9$; $C = 9, D = 4$; c) $E = 8, F = 4$; d) nemá řešení.

Úloha 12. $n = 2$ $A = 1, B = 9$; $n = 3$ $A = 2, B = 9$;

$n = 4$ tři řešení $A = 1, B = 3$; $A = 2, B = 6$; $A = 3, B = 9$;

$n = 5$ $A = 4, B = 9$; $n = 6$ $A = 5, B = 9$; $n = 7$ $A = 6, B = 9$;

$n = 8$ $A = 7, B = 9$; $n = 9$ $A = 8, B = 9$.

Úloha 13.

a) $\frac{1}{2} - 0,5$; $\frac{2}{4} - 0,5$; $\frac{3}{6} - 0,5$; $\frac{4}{8} - 0,5$; $\frac{5}{10} - 0,5$; $\frac{6}{12} - 0,5$; $\frac{7}{14} - 0,5$; $\frac{8}{16} - 0,5$; $\frac{9}{18} - 0,5$;

b) $\frac{1}{4} - 0,25$; $\frac{2}{8} - 0,25$; $\frac{3}{12} - 0,25$; $\frac{4}{16} - 0,25$; $\frac{5}{20} - 0,25$;

KOMBINATORIKA A PRAVĚPODOBNOST 15. díl



Úloha 1.

částka	mince	1	2	3	4	5	celkem způsobů
24 Kč	2 Kč	//	7	12			3
	5 Kč	////	2	0			

Úloha 2.

částka	mince	1	2	3	4	5	6	celkem způsobů
24 Kč	2 Kč	//	7	12	2	7	2	6
	5 Kč	////	2	0	2	0	0	
	10 Kč	0	0	0	1	1	2	

Úloha 3.

Hledání mnoha řešení vede žáky k systematické práci. Pro zjednodušení můžeme k platbě použít třeba jen koruny, pětikoruny a dvacetikoruny. Pokud budeme opravdu uvažovat všechny české mince, existuje dokonce 394 možností, jak zaplatit 48 Kč.

Úloha 4. Sudá i lichá čísla budou padat přibližně stejně často. Náhoda to není, protože na hrací kostce je stejný počet sudých i lichých čísel.

Úloha 5. Při větším počtu házení častěji padne jiné číslo, a to přibližně dvakrát častěji, protože na hrací kostce je násobků tři dvakrát méně než čísel jiných.

Úloha 6. Vybarvené sloupce vytvoří „pyramidu“ ohraničenou Gaussovou křivkou.

Úloha 7.

a) U čísla 7, případně u jeho sousedů
b) U čísel 1 a 13, protože ta padnout nemohou.
c) Nejsou, protože způsobů, jak ze dvou čísel na kostce složit sedmičku, je nejvíce (6), pak následují čísla 6 a 8; 5 a 9; 4 a 10; 3 a 11; 2 a 12, která jdou složit pouze jedním způsobem.

Úloha 8.

a) Dojdeme do ZOO.
b) Musíme hodit 1 pannu a 4 orly (nezáleží, v jakém pořadí).
d) Nejčastěji navštívíme park a zoo, protože tam vede nejvíce různých cest. Naopak na hrad nebo do kina vede cesta jediná.

PRÁCE S DATY 16. díl

Úloha 2.

a) Sova myslí na číslo 6.
b) Poslední 4. otázka je zbytečná. Bylo by možné za zbytečnou označit 3. otázku místo 4., protože odpovědi na 1., 2. a 4. otázku též jednoznačně vedou k číslu 6.

Úloha 3.

Námítku, že $3+4$ a $4+3$ jsou stejné součty, mohou žáci vyvrátit například tím, že součet 2 padá mnohem výjimečněji než součet 3. Součet 3 totiž dostaneme jako $1+2$ nebo $2+1$. Kdybychom $1+2$ a $2+1$ považovali za jednu možnost, padal by součet 3 stejně často jako součet 2.

Úloha 4.

a) Ve 3. třídách je $19+23+18$ žáků, což je méně než $24+19+20$.
b) 3. třídy chovají $10+13+9$ zvířat, což je stejně jako 4. třídy ($12+11+9$). Nicméně 3. třídy mají méně žáků, takže jsou více chovatelské.
c) Nejméně chovatelská je 4. C, což je jediná třída, ve které je poměr počet zvířat : počet žáků menší než $1:2$, přesně $9:20$. Nejvíce chovatelská je 4. B s poměrem $11:19$. Náročné je porovnání 4. B a 3. B.

Úloha 5.

Anetino tvrzení by bylo možné upřesnit například takto: Průměrná délka vypsaných ženských jmen je větší než průměrná délka vypsaných mužských jmen. Takové tvrzení je přesnější, ale též obtížnější srozumitelné. V hovorovém jazyce často mluvíme nepřesně, protože spoléháme na kontext a volíme mezi přesností a srozumitelností. Diskusními úlohami tohoto typu vedeme děti k citlivosti na nepřesnost a nuance, kterých v životě zneužívají někteří obchodníci. Na letáku se píše třeba „sleva až 40 %“ a přitom jen jedno zboží je zlevněno o 40 %, zatímco sleva ostatního zboží je mnohem menší. Slovíčko „až“ navíc bývá zmenšeno, nebo dokonce vynecháno.

Úloha 6.

Podle pokynů vzniká seznam:
7, 15, 23, 31, 6, 14, 22, 30, 5, 13, 21, 29, 4, 12, 20, 28, 3, 11, 19, 27, 2, 10, 18, 26, 1, 9, 17, 25, 0, 8, 16, 24, 32, 7.

RYTMUS A DĚLITELNOST 20. díl

Úloha 1. Horní řada: více je dívek. Dolní řada: dívek i hochů je stejně.

Úloha 2. 16

Úloha 3. Horní řada: více je žlutých dívek. Dolní řada: žlutých dívek i červených hochů je stejně.

Úloha 4. Na obrázku jsou 4 červené dívky. Stojí v řadě na 1., 7., 13. a 19. místě. Řadu musíme prodloužit o čtyři figurky.

Úloha 5. a) 10 čísel (103, 112, 121, 130, 202, 211, 220, 301, 310, 400)
b) 20 čísel (105, 114, 123, 132, 141, 150, 204, 213, 231, 240, 303, 312, 321, 330, 402, 411, 420, 501, 510, 600)

Úloha 6. a) 9 b) 6 c) 3

Úloha 7. a) 18 nebo 19 b) 33

Úloha 8. 147, 134, 121, 108, 95, 82, 69, 56, 43, 30, 17, 4

Úloha 9. 11 je počet čísel v seznamu větších než 13, 4 je poslední číslo seznamu.

Úloha 10. a) $22:5=4(2)$; b) $14:4=3(2)$;
c) $31:6=5(1)$; d) $17:5=3(2)$ nebo $17:3=5(2)$

Úloha 11. Jedná se o násobky čísla 3 od 12 do 99.

Úloha 12. a) 240, 243, 246, 249; b) 204, 234, 264, 294; c) 324, 624, 924

Úloha 13. A. Ano; B. Ne; C. Ano

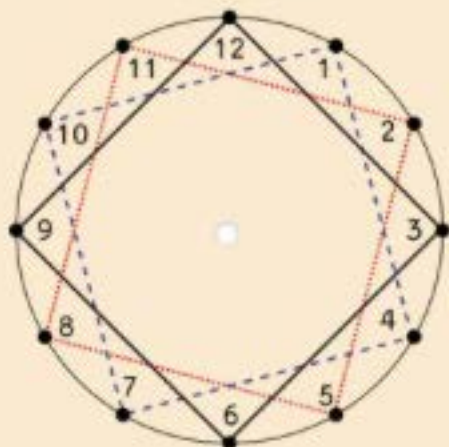
Úloha 14. a) $AB-BA=10A+B-10B-A=9A-9B=3(3A-3B)$
b) $ABC-CBA=100A+10B+C-100C-10B-A=99A-99C=3(33A-33C)$
c) $A80-A-B=100A+10B-A-B=99A-98=3(33A-3B)$
d) $ABC-(A+B+C)=100A+10B+C-A-B-C=99A-98=3(33A-3B)$

CIFERNÍK

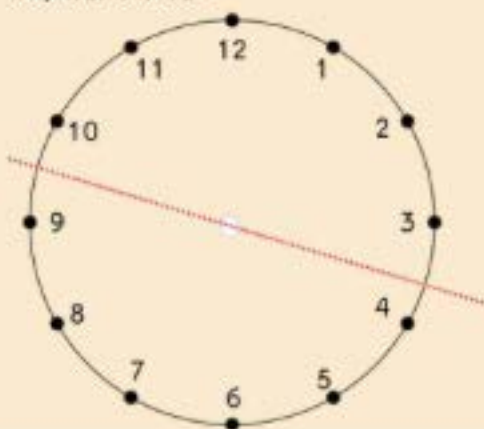
18. díl

Úloha 1. a) 5 předání. b) Dítě, které je na 2. místě.

Úloha 2. Existují 3 čtverce (1, 4, 7, 10), (2, 5, 8, 11) a (3, 6, 9, 12), jejich součty jsou 22, 26 a 30. Největší součet získáme vytvořením čtverce (3, 6, 9, 12)



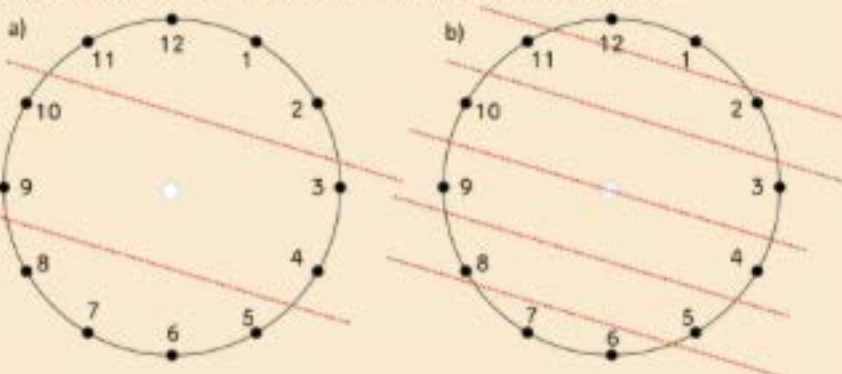
Úloha 3. Rovnou čarou rozdělíme ciferník tak, že v jedné části budou čísla 10, 11, 12, 1, 2, 3, ve druhé zbylá, tedy 4, 5, 6, 7, 8, 9.



Úloha 4.

a) V jedné části budou čísla 11, 12, 1, 2, ve druhé části 10, 9, 3, 4 a ve třetí 8, 7, 6 a 5.

b) V jedné části bude 12 a 1, dále 11 a 2, 10 a 3, 9 a 4, 8 a 5, 7 a 6.



Úloha 5. Správné úlohy: a), c), e), f), g). Chybné úlohy: b), d), h).

Následující chybné rovnosti lze opravit třemi způsoby – uvedeno v závorce.

b) $9 + 4 = 12$ ($9 + 4 = 1$, $9 + 3 = 12$, $8 + 4 = 12$);

d) $1 - 8 = 3$ ($1 - 8 = 5$, $1 - 10 = 3$, $11 - 8 = 3$);

h) $5 \cdot 5 = 5$ ($5 \cdot 5 = 1$, $5 \cdot 12 = 5$, $12 \cdot 5 = 5$).

Úloha 6: Varianta a) i b) má jediné řešení, a to číslo 9 ($9 + 7 = 4$; $9 - 3 = 6$).

Varianta c) má dvě řešení: $2 \cdot 1 = 2$ a také $2 \cdot 7 = 2$, varianta d) má tři řešení: $3 \cdot 2 + 1 = 7$; $3 \cdot 6 + 1 = 7$; $3 \cdot 10 + 1 = 7$.

Úloha 7. $64 : 24 = 2$ (16), tedy uběhnou dva dny a 16 hodin žili je čtvrtek 4 hodiny ráno.

Úloha 8. Každá z úloh má jediné řešení $4 + 7 = 4$, $2 - 3 = 6$, $2 \cdot 1 = 2$, $3 \cdot 2 + 1 = 7$

Úloha 9. „ je liché

Úloha 10. a) 30° ; b) 120° ; c) 270°

Úloha 11. a) 10 min; b) 15 min; c) 25 min

Úloha 12. a) 2 hod; b) 3 hod; c) 5 hod

Úloha 13. a) LCFI je čtverec; b) LBFH je obdélník; c) LEFK je také obdélník, všechny tři úhly jsou pravé, jedná se o Thaletovu kružnici.

d) LSB je šestina pravidelného šestiúhelníku LBDFHJ, 60° ;

e) LSA je polovina úhlu LSB, tedy 30° ; f) LDH je rovnostranný trojúhelník, všechny vnitřní úhly jsou třetinou přímého úhlu, což je 60° .

KRYCHLOVÉ STAVBY

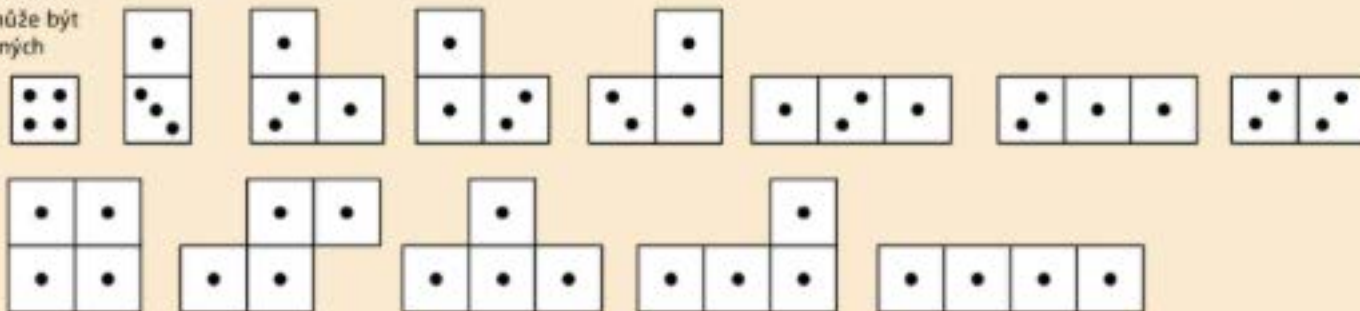
19. díl

Úloha 3. Všech různých věží z daných tří krychlí je 6.

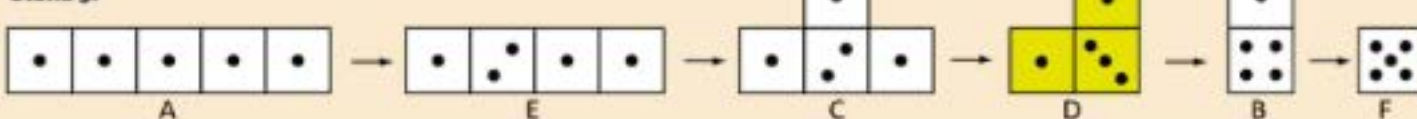


Úloha 4.

V Krychlové může být nejvíce 13 různých staveb.



Úloha 5.



Úloha 6. Představme si, jak stavba vzniká přidáváním jedné krychle.

Povrch bude největší, pokud každou přidanou krychli „přilepíme“ pouze jednou stěnou k tomu, co už bylo postaveno. Může tak vzniknout mnoho rozmanitých staveb, z nichž nejjednodušší pro představu je „věž“

a) $4 \times 1 \times 1$, b) $8 \times 1 \times 1$, c) $27 \times 1 \times 1$.

Jejich povrch je tvořen a) 18, b) 36, c) 110 stěnami krychlí.

Nejmenší povrch má a) hranol $2 \times 2 \times 1$, b) krychle $2 \times 2 \times 2$, c) krychle $3 \times 3 \times 3$. Jejich povrch je tvořen a) 16, b) 24, c) 54 stěnami krychlí.